ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
Задаци за републичко такмичење ученика средњих школа 2005
IV разред

1. Čestica-projektil mase m i brzine intenziteta v_1 naleće na česticu-metu mase M koja miruje. Nakon sudara projektil i meta se razleću tako da njihove brzine zaklapaju uglove θ i φ sa vektorom v_1, respektivno. Sve veličine merene su u odnosu na referentni sistem laboratorije. Usled sudara dolazi do *povećanja* unutrašnje energije mete za neki iznos označen sa ΔW_i; unutrašnja energija projektila se ne menja. a) Naći zavisnost ΔW_i od ugla rasejanja φ i intenziteta brzine mete nakon sudara. (11 b.) b) Kolike su brzine projektila i mete nakon sudara u slučaju da je povećanje unutrašnje energije mete najveće moguće? (6 b.) c) Ako su projektil i meta dva atoma vodonika koji su, pre sudara, bili u istom, osnovnom energetskom stanju, naći, koristeći Borov model atoma vodonika, graničnu brzinu v_{1c} ispod koje ovakav sudar sigurno neće biti praćen emisijom fotona. (5 b.) Energija jonizacije atoma vodonika iznosi W_{ion} = 13,6 eV; masa atoma vodonika približno je jednaka masi protona, $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg. Sve brzine su nerelativističke.(22 b.)

2. γ - zračenje talasne dužine λ = 2,47 pm pada na površinu srebra (izlazni rad A = 4,7 eV). Emitovani fotoelektroni uleću u homogeno magnetno polje indukcije $B = 10^{-2}$ T, normalno na pravac linija polja. Koliki je radijus kružnica po kojima se fotoelektroni kreću u magnetnom polju, i kolika je njihova brzina? (20 b.)

3. Dve šuplje lopte koje imaju apsolutno reflektujuće spoljašnje površine stavljene su jedna pored druge. U zidovima ovih lopti napravljen je po jedan mali kružni otvor prečnika d = 1 cm. Otvori se nalaze jedan naspram drugog, na međusobnom rastojanju r = 15 cm. U jednoj lopti održava se konstantna temperatura T_1 = 2000 K. Kolika je ravnotežna temperatura u drugoj lopti? (18 b.)

4. U krv čoveka uvedena je mala količina rastvora koji sadrži radio-izotop $_{11}Na^{24}$ aktivnosti $A^* = 2 \cdot 10^3$ s^{-1}. Aktivnost jednog kubnog santimetra krvi, izvađene t = 5 sati nakon toga, iznosi a = 16 min^{-1}cm^{-3}. Kolika je zapremina krvi čoveka? Period poluraspada $_{11}Na^{24}$ je T = 15 sati. (15 b.)

Konstante: Plankova $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Js; masa elektrona $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; elementarno naelektrisanje $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; brzina svetlosti $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Zadatke pripremio: Dragan Redžić
Recenzent: Đorđe Spasojević
Predsednik komisije: Mićo Mitrović

ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
Задаци за републичко такмичење ученика средњих школа 2005
IV разред

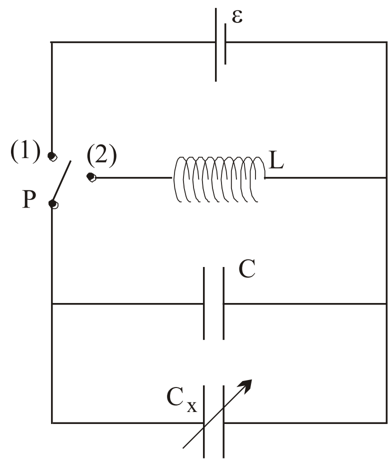
5. На слици је приказана електрична шема уређаја који је искоришћен за мерење непознате капацитивности кондензатора C_x и индуктивности завојнице L. Уређај се састоји од кондензаторске декаде C познатог капацитета, кондензатора C_x, и завојнице L и извора сталне електромоторне силе. Постављањем преклопника P у положај 1 наелектришу се кондензатори. Након тога се прелопник пребаци у положај 2, услед чега се у систему јављају електричне осцилације чији се период T мери осцилоскопом. У табели су приказани резултати мерења овог периода од капацитета декаде.

C ŠnFĆ	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35
	7.7	8.2	8.9	9.3	10.0	10.5
T ŠμsĆ	7.7	8.4	8.9	9.5	9.9	10.5
	7.6	8.2	8.9	9.4	9.8	10.5

Напомена: Кондензаторска декада је струјни елемент чији капацитет може да се мења у одређеним корацима.

Задатак: Наћи одговарајућу функционалну зависност између величина датих у табели. Коришћењем графика одредити капацитет кондензатора C_x и индуктивност завојнице L и проценити њихове апсолутне грешке. Тачност мерења периода оцилоскопом је 0.1μs.

(25п)



Аутор: Андријана Жекић
Рецензент: Мићо Митровић
Председник Комисије: Мићо Митровић

Решења задатака са републичког такмичења ученика средњих школа – 2005
IV разред

1. a) Neka su v_2 i V_2 intenziteti brzina projektila i mete nakon sudara, respektivno. Iz zakona održanja energije i impulsa imamo $mv_1^2/2 = mv_2^2/2 + MV_2^2/2 + \Delta W_i$, (1) (2b) i $mv_2\sin\theta = MV_2\sin\varphi$ (2), (2b) $mv_1 = mv_2\cos\theta + MV_2\cos\varphi$. (3) (2b) Eliminacijom θ iz (2) i (3) dobijamo $m^2v_1^2 + M^2V_2^2 - 2mMv_1V_2\cos\varphi = m^2v_2^2$ (4) (2b), pa eliminišući v_2 iz (1) i (4), i rešavajući po ΔW_i nalazimo: $\Delta W_i = -V_2^2M(M + m)/2m + v_1 \cos\varphi\, MV_2$,(5) (2b) pri čemu $0<V_2 <(2mv_1\cos\varphi)/(M + m)$,(1b) jer $\Delta W_i >0$. b) Iz (5) sledi da je, za neko fiksirano φ, maksimum funkcije ΔW_i u tački $V_{2max}(\varphi) = mv_1\cos\varphi /(m + M)$, odnosno $\Delta W_{imax}(\varphi) = (v_1^2/2)\cos^2\varphi\ mM/(m + M)$. Do najvećeg mogućeg povećanja unutrašnje energije mete dolazi za $\varphi = 0$, pa je $\Delta W_{imax}(\varphi = 0) = (v_1^2/2)\, mM/(m + M)$. Tražene brzine su $\mathbf{V}_{2max} = \mathbf{v}_{2max} = m\mathbf{v}_1/(m + M)$. (6b) c) Sada $M = m$; najveće moguće povećanje unutrašnje energije mete je $\Delta W_{imax}= mv_1^2/4$. (1b) Do ekscitacije jednog od dva atoma vodonika koji se sudaraju može doći ako je promena unutrašnje energije jednog od učesnika u sudaru najmanje $3W_{ion}/4$, (2b) što se dobija na osnovu Borovog modela (prelazak $n = 1 \rightarrow n = 2$). Za brzine projektila koje zadovoljavaju relaciju $mv_1^2/4 < 3W_{ion}/4$ razmatrani sudar je sigurno elastičan, a za veće brzine *može* biti i neelastičan. Dakle, tražena granična brzina $v_{1c} = (3W_{ion}/m)^{1/2}$ (1b) $\approx 6 \cdot 10^4$ m/s. (1 b) Do rešenja pod b) se može elegantnije doći u sistemu centra mase.

2. Energija γ- kvanta iznosi $h\nu = hc/\lambda \approx 8{,}04 \odot 10^{-14}$ J $\approx 0{,}50$ MeV, (2 b) pa iz jednačine fotoefekta $h\nu = A + E_{kin}$ nalazimo kinetičku energiju fotoelektrona $E_{kin} = h\nu\,(1 - A/h\nu) \approx h\nu$ jer $A << h\nu$. (2 b) Iz relativističkog izraza za kinetičku energiju $E_{kin} = mc^2(\gamma - 1)$ gde $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ dobijamo $v/c \approx 0{,}86$ (5 b). (Primenom nerelativističkog obrasca za kinetičku energiju dobija se $v > c$.) Relativistička jednačina kretanja elektrona u magnetnom polju glasi $d(m\gamma\mathbf{v})/dt = -e(\mathbf{v}\mathrm{x}\mathbf{B})$. (3 b) Kako je $dE_{kin} = -e(\mathbf{v}\mathrm{x}\mathbf{B}) \cdot \mathbf{v}d\mathbf{t} = 0$, sledi da je brzina elektrona u magnetnom polju konstantnog intenziteta, (2 b) pa elektron vrši ravnomerno kružno kretanje. (2 b) Onda se jednačina kretanja svodi na $m(v)v^2/r = evB$, gde $m(v) = m\gamma$, a r je radijus kružnice, (2 b) pa je $r = m(v)v/eB$ (1 b) ≈ 30 cm. (1 b)

3. Mali otvor na zidu šuplje lopte sa apsolutno reflektujućim spoljašnjim površinama zrači (u odličnoj aproksimaciji) kao apsolutno crno telo. Prema tome, otvor lopte na temperaturi T_1 (leva lopta), zrači snagu $P_1 = \sigma T_1^4 d^2\pi/4$. (6b) Ova snaga emituje se napolje u odnosu na otvor, tj. u prostorni ugao od 2π steradijana. (6b) Prema tome, otvor desne lopte apsorbuje deo snage P_1 u iznosu $(P_1/2\pi r^2)d^2\pi/4$. (2b) Neka je T_2 ravnotežna temperatura u desnoj lopti. Onda važi $\sigma T_2^4 d^2\pi/4 = \sigma T_1^4 (d^2\pi/4)^2/2\pi r^2$, (2b) pa je $T_2 = T_1(1/2^{1/4})(d/2r)^{1/2}$ (1b) ≈ 307 K. (1b)

4. Iz zakona radioaktivnog raspada, $N = N_0\, e^{-\lambda t}$, (3b) i definicije aktivnosti izvora, $A = -dN/dt = \lambda N_0\, e^{-\lambda t}$, (3b) nalazimo $A = A^*\, e^{-\lambda t}$. (2b) Kako je $A = a\, V$, gde je V tražena zapremina, imamo $V = (A^*/a)\, e^{-\lambda t}$. (3b) Konstanta raspada povezana je sa periodom poluraspada relacijom $\lambda = (\ln 2)/T$, (2b) pa je $V = (A^*/a)\, e^{-(\ln 2)\, t/T} \approx 5950\ \mathrm{cm}^3$. (2b)

Zadatke pripremio: Dragan Redžić
Recenzent: Đorđe Spasojević
Predsednik komisije: Mićo Mitrović

Решења задатака са републичког такмичења ученика средњих школа – 2005
IV разред

5. Према једначини $T = 2\pi\sqrt{LC_{\mathrm{e}}} = 2\pi\sqrt{L(C + C_{\mathrm{x}})}$, следи да T^2 зависи линеарно од C на следећи начин: $T^2 = 4\pi^2 LC + 4\pi^2 LC_{\mathrm{x}}$. Члан који се налази уз C одговара коефицијенту правца праве, а слободан члан $4\pi^2 LC_{\mathrm{x}}$ одговара одсечку на ординати. Ради графичког решавања проблема потребно је нацртати график $T^2 = f(C)$ према следећим подацима:

C ŠnFĆ	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35
$T[\mu s]$	7.67 7.7	8.27 8.3	8.9	9.4	9.8	10.5
$\Delta T[\mu s]$	0.1	0.13 0.2	0 0.1	0.1	0.1	0.1
T^2 Š10^{-12}s^{2}Ć	58.8 59	68.4 68	79.2 79	88.4 88	98.0 98	110.2 110
ΔT^2 Š10^{-12}s^{2}Ć	1.6 2	2.2 3	1.8 2	1.9 2	2.0 2	2.1 2

Вредност непознатог капацитета C_{x} може се директно очитати са графика $T^2 = f(C)$ као одсечак на апсциси.

$C_{\mathrm{x}} = 0.19\mathrm{nF}$. Један од начина процене апсолутне грешке овог одсечка је повлачењем највертикалније и најхоризонталније праве, при чему се за апсолутну грешку овог одсечка може узети половина интервала у оквиру кога се налази његова вредност. Дакле, $\Delta C_{\mathrm{x}} = 0.028\mathrm{nF} \approx 0.03\mathrm{nF}$.

$\Rightarrow \quad C_{\mathrm{x}} = (0.19 \pm 0.03)\mathrm{nF}$.

Непозната индуктивност завојнице се одређује из вредности одсечка на ординати b. Пошто је $b = 4\pi^2 LC_{\mathrm{x}}$, следи да је $L = \dfrac{b}{4\pi^2 C_{\mathrm{x}}}$.

Вредност b очитана са графика износи $b = 38 \cdot 10^{-12}\mathrm{s}^2$, а његова апсолутна грешка као половина интервала у окбиру кога се налази ова вредност $\Delta b = 3 \cdot 10^{-12}\mathrm{s}^2$.

$$\Rightarrow \quad b = (38 \pm 3)\cdot 10^{-12}\mathrm{s}^2 \;\Rightarrow\; L = \frac{38 \cdot 10^{-12}\mathrm{s}^2}{4\pi^2 \cdot 0.19 \cdot 10^{-9}\mathrm{F}} = 5.1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{H} \;\Rightarrow\; \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta C_{\mathrm{x}}}{C_{\mathrm{x}}} = \frac{3}{38} + \frac{0.027}{0.19} = 0.221 \;\Rightarrow$$

$$\Delta L = 1.1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{H} \approx 1\mathrm{mH} \;\Rightarrow\; L = (5 \pm 1)\mathrm{mH}$$

Други начин:

Одабирањем две неексперименатлне тачке са праве, A – између прве и друге и B – између последње и претпоследње експерименталне тачке, на пример $A(0.1075\mathrm{nC}, 60 \cdot 10^{-12}\mathrm{s}^2)$ и $B(0.325\mathrm{nC}, 104 \cdot 10^{-12}\mathrm{s}^2)$ одређује се коефицијент правца праве као:

$$a = \frac{T_{\mathrm{B}}^2 - T_{\mathrm{A}}^2}{C_{\mathrm{B}} - C_{\mathrm{A}}} = \frac{(104 - 60)\cdot 10^{-12}\mathrm{s}^2}{(0.325 - 0.1075)\cdot 10^{-9}\,\mathrm{F}} = 202.3 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{F}}.$$

$$\Delta(T_{\mathrm{A}}^2) = 3 \cdot 10^{-12}\mathrm{s}^2;\ \Delta(T_{\mathrm{B}}^2) = 2 \cdot 10^{-12}\mathrm{s}^2\ ;\ \Delta x_{\mathrm{A}} = \Delta x_{\mathrm{B}} = 2.5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{nF}$$

$$\frac{\Delta a}{a} = \left(\frac{\Delta(T_{\mathrm{B}}^2) + \Delta(T_{\mathrm{A}}^2)}{T_{\mathrm{B}}^2 - T_{\mathrm{A}}^2} + \frac{\Delta C_{\mathrm{B}} + \Delta C_{\mathrm{A}}}{C_{\mathrm{B}} - C_{\mathrm{A}}}\right) = 0.137 \approx 14\% \qquad \Rightarrow \qquad \Delta a = 28 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{F}} \approx 30 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{F}}$$

$$\Rightarrow a = (202 \pm 30)\cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{F}}$$

Пошто је $a = 4\pi^2 L$ следи да је $L = \dfrac{a}{4\pi^2} = \dfrac{202.3 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{F}}}{4\pi^2} = 5.13 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{H}$.

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta a}{a} = 0.137 \approx 14\% \Rightarrow \Delta L = 0.7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{H} \qquad \Rightarrow L = (5.1 \pm 0.7)\,\mathrm{mH}$$

Такође, пошто је $b = 4\pi^2 L C_\mathrm{x}$, следи да је $C_\mathrm{x} = \dfrac{b}{4\pi^2 L} = \dfrac{38 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{s}^2}{4\pi^2\, 5.13 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{H}} = 0.188 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{F}$.

$$\frac{\Delta C_\mathrm{x}}{C_\mathrm{x}} = \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta L}{L} = \frac{3}{38} + 0.137 = 0.216 = 21.6\% \quad \Rightarrow \quad \Delta C_\mathrm{x} = 0.041 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{F} \approx 0.04 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{F}$$

$$C_\mathrm{x} = (0.19 \pm 0.04) \cdot 10^{-9}\,\mathrm{F} = (0.19 \pm 0.04)\,\mathrm{nF}$$