РЕПУБЛИКА СРБИЈА
ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
ИНСТИТУТ ЗА ФИЗИКУ И
ФИЗИЧКИ ФАКУЛТЕТ УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Општинско такмичење ученика средњих школа
школске 2003/2004. године
IV разред

1. У бајци о релативистичким метлама, три вештице K, L и M испитују своје моћи телепатског одређивања пулса. Вештица K мирује, док се вештице L и M крећу на релативистичким метлама константним брзинама дуж истог правца. Вештица K каже да је њен пулс 75 откуцаја у минути, а да пулс вештице L износи 60 откуцаја у минути. Вештица L тврди обрнуто, тј. да је њен пулс 75 откуцаја у минути, а да пулс вештице K износи 60 откуцаја у минути. Вештица M каже да вештице K и L имају једнак пулс. Одредити брзине вештица L и M у односу на вештицу K, ако је познато да се ни у бајкама вештице не крећу брже од светлости. (25 п.)

2. Електрони убрзани разликом потенцијала од $U = 1000\,\mathrm{V}$ улећу у простор хомогеног магнетног поља јачине $B = 0,01\,\mathrm{T}$. Магнетно поље је нормално на правац кретања електрона, тако да се електрони крећу по кружним путањама радијуса $R = 1,0665\,\mathrm{cm}$.

а) Израчунати специфично наелектрисање електрона узимајући да су електрони нерелативистички. (6 п.)

б) Израчунати специфично наелектрисање електрона користећи релативистичке формуле. (10 п.)

в) Колика се релативна грешка начини ако се за израчунавање специфичног наелектрисања електрона користи нерелативистичка апроксимација? (4 п.)

3. Соларна константа (енергија Сунчевог зрачења која у јединици времена пада на јединицу површине Земље) износи $S = 1,36\,\frac{\mathrm{kW}}{\mathrm{m^2}}$. Претпостављајући да су Земља и Сунце апсолутно црна тела израчунати средњу температуру на површини Сунца и средњу температуру на површини Земље. Полупречник Сунца је $R_S = 7 \cdot 10^8\,\mathrm{m}$, а растојање између Сунца и Земље је $R_{SZ} = 1,5 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$. Штефан-Болцманова константа је $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K^4}}$. (20 п.)

4. Размотримо γ-квант који се комптоновски расејева уназад на мирујућем електрону. Ако је електрон после расејања ултрарелативистички ($E \approx p_e c$), доказати да енергија расејаног γ-кванта не зависи од енергије упадног γ-кванта. (Млади физичар бр. 69) (15 п.)

5. Крајем XIX века Томсон је предложио модел атома популарно назван *шљиве у пудингу*. По овом моделу електрони се крећу унутар позитивно наелектрисаног језгра. Примењујући Боров услов квантовања одредити полупречнике стационарних орбита, као и брзине електрона на стационарним орбитама за „модификовани Томсонов модел”, по коме се електрони могу кретати по кружним путањама и унутар и изван језгра. Сматрати да је језгро равномерно наелектрисана лопта полупречника R. Укупно наелектрисање језгра је Ze. За које вредности R се добијени резултати не разликују од резултата добијених у Боровом моделу? (20 п.)

Задатке припремио: Бранислав Цветковић

Рецензент: Душко Латас

Председник комисије: др Мићо Митровић

РЕПУБЛИКА СРБИЈА
ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
ИНСТИТУТ ЗА ФИЗИКУ И
ФИЗИЧКИ ФАКУЛТЕТ УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ
Општинско такмичење ученика средњих школа
школске 2003/2004. године
IV разред

1. Обележимо сопствена времена која протекну између два откуцаја срца вештица K, L и M са τ_{KK}, τ_{LL} и τ_{MM} респективно. Време између два откуцаја срца вештице L које мери вештица K је $\tau_{\mathrm{LK}} = \frac{\tau_{\mathrm{LL}}}{\sqrt{1-\frac{v_{\mathrm{L}}^2}{c^2}}}$ $\boxed{5\ п}$.

Брзина вештице L је: $v_{\mathrm{L}} = c\sqrt{1-\frac{\tau_{\mathrm{LL}}^2}{\tau_{\mathrm{LK}}^2}} = \frac{3}{5}c$ $\boxed{3\ п}$. Из исказа вештице M следи: $\tau_{\mathrm{KM}} = \tau_{\mathrm{LM}}$ $\boxed{2\ п}$ па је: $\frac{\tau_{\mathrm{KK}}^2}{1-\frac{v_{\mathrm{M}}^2}{c^2}} = \frac{\tau_{\mathrm{LL}}^2}{1-\frac{v_{\mathrm{ML}}{}^2}{c^2}}$ $\boxed{4\ п}$ одакле следи: $v_{\mathrm{M}} = |v_{\mathrm{ML}}| = \frac{|v_{\mathrm{M}}-v_{\mathrm{L}}|}{1-\frac{v_{\mathrm{M}}v_{\mathrm{L}}}{c^2}}$ $\boxed{3\ п}$ одакле се добија: $v_{\mathrm{M}} = c$, што је решење које нема физичког смисла, $\boxed{2\ п}$ и $v_{\mathrm{M}} = \frac{c^2}{v_{\mathrm{L}}}\left(1 \pm \sqrt{1-\frac{v_{\mathrm{L}}^2}{c^2}}\right)$ $\boxed{3\ п}$. Пошто је брзина вештице M мања од брзине светлости, решење са знаком „ $+$” нема физичког смисла тако да је $v_{\mathrm{L}} = \frac{1}{3}\,c$ $\boxed{3\ п}$.

2. а) Кинетичка енергија електрона након убрзавања је: $\frac{mv^2}{2} = eU$ $\boxed{2\ п}$. За кретање електрона у хомогеном магнетном пољу важи: $\frac{mv^2}{R} = evB$ $\boxed{2\ п}$. Специфично наелектрисање електрона у нерелативистичком рачуну је: $\left(\frac{e}{m}\right)_{ner} = \frac{2U}{R^2B^2}$ $\boxed{1\ п}$ односно $\left(\frac{e}{m}\right)_{ner} = 1,75836\cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$. $\boxed{1\ п}$

б) Уколико електроне сматрамо релативистичким онда је: $\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - mc^2 = eU$ $\boxed{3\ п}$. За кретање релативистичких електрона у магнетном пољу важи: $evB = \frac{mv^2}{R\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ $\boxed{4\ п}$. Специфично наелектрисање је: $\left(\frac{e}{m}\right)_{rel} = \frac{2U}{B^2R^2-\frac{U^2}{c^2}}$ $\boxed{2\ п}$. Заменом бројних вредности добија се: $\left(\frac{e}{m}\right)_{rel} = 1,76008\cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$ $\boxed{1\ п}$.

в) Релативна грешка нерелативистичке апроксимације је: $\delta = \frac{\left(\frac{e}{m}\right)_{rel}-\left(\frac{e}{m}\right)_{ner}}{\left(\frac{e}{m}\right)_{rel}} = \frac{U^2}{c^2B^2R^2}$ $\boxed{3\ п}$. Након замене бројних вредности добија се $\delta = 0,1\%$ $\boxed{1\ п}$.

3. Енергија која се емитује у јединици времена са површине Сунца је: $W = 4\pi R_S^2\sigma T^4$ $\boxed{3\ п}$. Како је расподела енергије сферносиметрична то је: $W = 4\pi R_{SZ}^2 S$ $\boxed{5\ п}$. Температура на површини Сунца је: $T_S = \sqrt[4]{\frac{R_{SE}^2\cdot S}{R_S^2\sigma}}$ $\boxed{3\ п}$. Заменом бројних вредности добија се: $T_S = 5800\,\mathrm{K}$ $\boxed{1\ п}$. Ако Земљу посматрамо као апсолутно црно тело укупна енергија коју Земља апсорбује од Сунца једнака је укупној енергији коју Земља емитује: $4\pi R_Z^2 S = 4\pi R_Z^2\sigma T_Z^4$ $\boxed{4\ п}$ из чега следи $T_Z = \sqrt[4]{\frac{S}{\sigma}}$ $\boxed{3\ п}$ односно $T_Z = 394\,\mathrm{K}$ $\boxed{1\ п}$.

4. Закони одржања енергије и импулса су: $E_\gamma = E'_\gamma + T_e$ $\boxed{3\ п}$ и $p_\gamma = -p'_\gamma + p_e$ $\boxed{4\ п}$. Како је електрон после расејања ултрарелативистички, то је: $T_e = E_e - m_ec^2 = p_ec - m_ec^2$ $\boxed{4\ п}$. Како је $E_\gamma = p_\gamma c$ $\boxed{1\ п}$ енергија расејаног γ-кванта износи: $E'_\gamma = \frac{m_ec^2}{2}$ $\boxed{3\ п}$ из чега се види да енергија расејаног γ-кванта не зависи од енергије упадног γ-кванта.

5. За $R < r$ електрично поље језгра одређује се применом Гаусове теореме: $E\cdot 4\pi r^2 = \frac{Zer^3}{\epsilon_0 R^3}$ $\boxed{3\ п}$ односно $E = \frac{Zer}{4\pi\epsilon_0 R^3}$ $\boxed{1\ п}$. За $R > r$ јачина електричног поља језгра је $E = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ $\boxed{1\ п}$. За кретање електрона унутар језгра важи: $\frac{mv^2}{r} = eE = \frac{Ze^2r}{4\pi\epsilon_0 R^3}$ $\boxed{2\ п}$. Ако се искористи Боров услов квантовања $L = n\hbar$ $\boxed{2\ п}$ добија се: $r_n = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt[4]{Z}}\cdot R\cdot\sqrt[4]{\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi me^2 R}}$ $\boxed{3\ п}$ и $v_n = \sqrt{n}\sqrt[4]{Z}\cdot\frac{\hbar}{mR}\sqrt[4]{\frac{\pi me^2R}{\epsilon_0 h^2}}$ $\boxed{3\ п}$. За кретање електрона изван језгра добијају се исти резултати као у Боровом моделу $r_n = \frac{n^2}{Z}\cdot\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi me^2}$ $\boxed{1\ п}$ и $v_n = \frac{Z}{n}\cdot\frac{e^2}{2\epsilon_0 h}$ $\boxed{1\ п}$. Да би се електрон кретао унутар језгра треба да важи $r_1 \leq R$ $\boxed{2\ п}$, тј. $R \geq \frac{\epsilon_0 h^2}{Z\pi me^2}$. У противном односно за $R \leq \frac{\epsilon_0 h^2}{Z\pi me^2}$ $\boxed{1\ п}$ добијени резултати се не разликују од резултата добијених у Боровом моделу.