

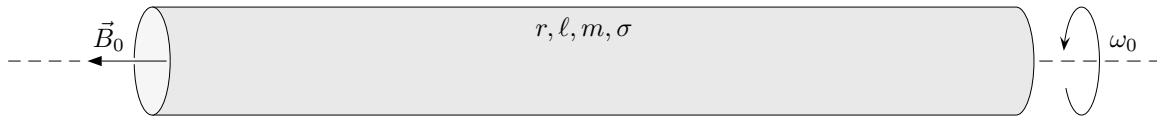


III разред

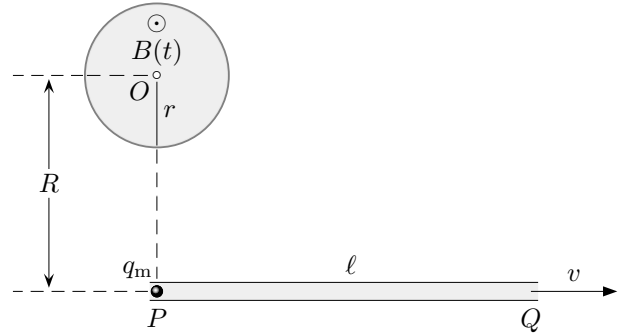
Друштво физичара Србије и
Министарство просвете Републике Србије
ЗАДАЦИ – АЛФА КАТЕГОРИЈА

Параћин
9-10. мај 2026.

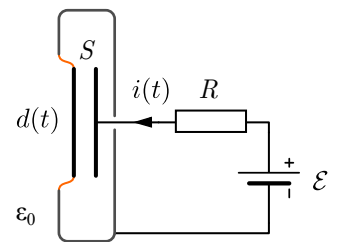
1. Шупљи хомогени цилиндар екстремно танких непроводних зидова, масе m , радијуса r , и велике дужине ℓ ($\ell \gg r$), може слободно да ротира у вакууму око сопствене осе, као што је дато на слици. Цилиндар је равномерно наелектрисан непомичним наелектрисуњем површинске густине $\sigma > 0$ по свом ободу. Одредити угаону брзину ω_0 којом ротира цилиндар ако се у њему услед ротације формира хомогено магнетно поље индукције интензитета B_0 . Видети одговарајуће смерове на слици. Сада, ако би се на цилиндар, противно смеру ротације, деловало моментом силе непознатог, али сталног интензитета M , он би се зауставио за неко време τ рачунато од почетка кочења. Показавши да ће цилиндар равномерно успоравати до заустављања, одредите M у функцији од m , τ , r , ℓ , σ и B_0 . Успоравањем цилиндра до заустављања уложен је изванредан рад споља. Показати да се вредност овог рада по модулу може записати као $\frac{1}{2} (\mathcal{I} + m_{\text{em}} r^2) \omega_0^2$, где је \mathcal{I} момент инерције цилиндра, док је $m_{\text{em}} \equiv \mu_0 \pi \sigma^2 r^2 \ell$ ефективна величина која има јединицу масе, тзв. *електромагнетна маса*. Она је резултат појаве електричног поља индукваног по ободу цилиндра које се својим моментом сила противи кочењу цилиндра, односно смањењу магнетног флукса унутар цилиндра. Магнетна пермеабилност вакуума је позната и износи μ_0 . Гравитационе ефекте занемарити. **(20 поена)**



2. У дугачком идеалном солениду полупречника r сконцентрирано је хомогено магнетно поље индукције чије се интензитет $B(t)$ може мењати у времену. Поље је усмерено дуж осе соленида, O , као на слици. У равни која пресеца соленид на половини његове дужине, на растојању $R > r$ од осе O у вакууму, постављена је уска права непроводна цев PQ , дужине $\ell = R\sqrt{3}$. У тачки P се налази наелектрисана честица позитивног специфичног наелектрисуња $q_m \equiv q/m$, која може неометано да клизи кроз цев, без трења, без електростатичког утицаја од стране цеви и без гравитације. Одредити брзину v честице у тренутку изласка из цеви у два случаја. Први, када $B(t)$ нагло опадне са вредности B_0 на нулу, током довољно кратког временског интервала тако да је померај честице занемарљиво мали за то кратко време у односу на дужину цеви. Други, када $B(t)$ постепено опада у времену са константним коефицијентом правца: $dB/dt = -k < 0$, и то током целог проласка честице кроз цев. **(20 поена)**



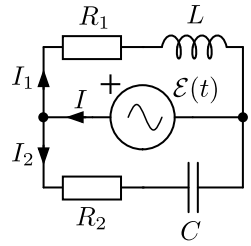
3. На слици је приказан поједностављен модел капацитивног микрофона. Основни елемент функције микрофона је раван плочасти кондензатор, чија је једна електрода фиксирана за кућиште, док је друга причвршћена за еластичну мембрану која се деформише услед променљивог ваздушног притиска. Активна површина плоча износи $S = 4 \text{ cm}^2$, док је равнотежно растојање између плоча (у одсуству деформације мембране) $d_0 = 100 \mu\text{m}$. Кондензатор је прикључен на идеалан извор сталне електромоторне силе $\mathcal{E} = 42 \text{ V}$, помоћу отпорника електричне отпорности $R = 1 \text{ M}\Omega$. Микрофон је побуђен звучним таласом који изазива хармонијско кретање покретне електроде, тако да се растојање између плоча мења по закону $d(t) = d_0 + d_m \sin(\omega t)$, где је амплитуда осцилација $d_m = 10 \mu\text{m}$, а кружна учестаност је $\omega = 10 \text{ krad/s}$. Средина унутар шупљине микрофона је ваздух, чија је електрична пермитивност $\epsilon = \epsilon_0 = 8,85 \text{ pF/m}$.



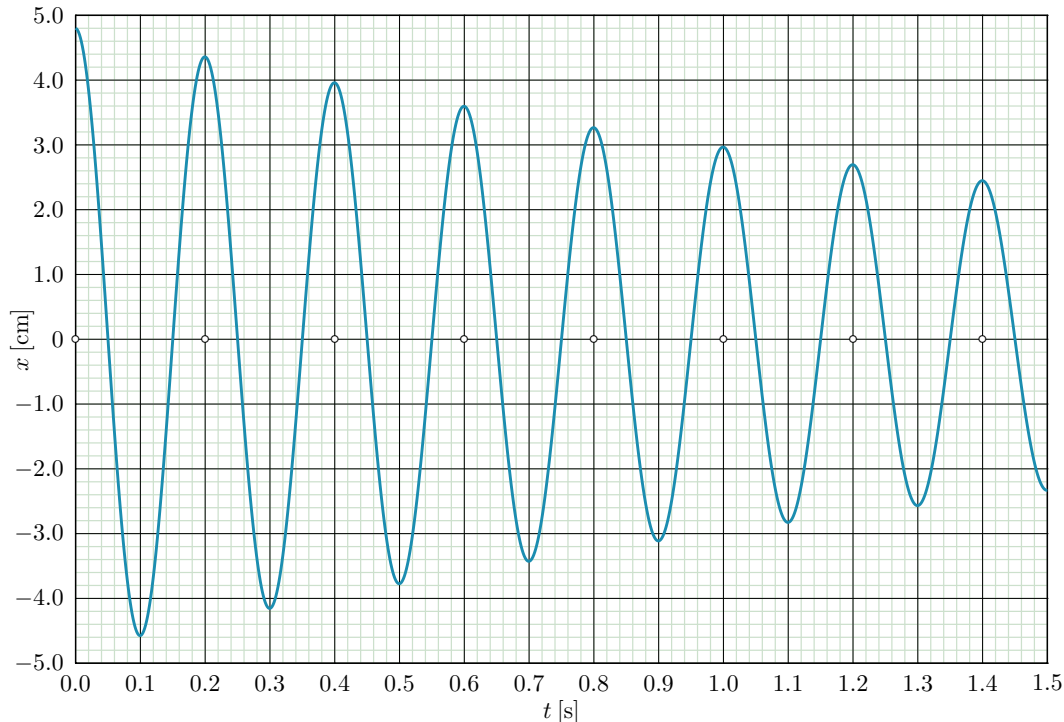
- (а) Одредити капацитивност кондензатора у приближном облику $C = C_0 - C_m \sin(\omega t)$, тј. наћи бројне вредности од $C_0 > 0$ и од $C_m > 0$. Користити апроксимацију $(1 + \xi)^n \approx 1 + n\xi$, $|\xi| \ll 1$. **(6 поена)**
- (б) Сматрајући да промене капацитивности, наелектрисуња на облогама, и напона на кондензатору представљају мале осцилације у односу на њихове средње вредности, одредити израз за струју успостављену у колу у облику $i(t) = I_0 \sin(\omega t - \psi)$, тј. наћи бројне вредности од $I_0 > 0$ и од $\psi \in [0^\circ, 180^\circ]$. **(14 поена)**



4. У колу наизменичне струје са слике, електромоторна сила напонског генератора дата је у облику $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}\sqrt{2}\sin(\omega t)$, где је $\mathcal{E} > 0$ ефективна вредност електромоторне силе. Укупна електрична струја ефективне вредности I фазно предњачи у односу на електромоторну силу \mathcal{E} за фазни угао $\theta = 30^\circ$. Кружна учестаност наизменичног напона износи $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$, а ефективне вредности јачина струја у гранама кола су међусобно једнаке, $I = I_1 = I_2 > 0$. Еквивалентна импеданса кола на прикључним изводима генератора износи $Z = 50 \Omega$. Методом ротирајућих вектора, скицирати дијаграм фазора, тј. вектора: \vec{I} , \vec{I}_1 , \vec{I}_2 и $\vec{\mathcal{E}}$, замрзнутих у систему који ротира угаоном брзином ω , па одредити бројне вредности елемената кола: $R_1 \geq 0$, $R_2 \geq 0$, $L > 0$, и $C > 0$. Обратите пажњу да ознаке R_1 и R_2 на шеми кола могу означавати отпорнике ($R_{1,2} > 0$) или краatak spoj ($R_{1,2} = 0$). (20 поена)



5. Посматрајмо зависности елонгације x слабо пригушеног механичког осцилатора од времена t . У почетном тренутку осцилатор је извучен из равнотежног положаја $x = 0$ и пуштен без почетне брзине. Пригушење вискозне средине у којој се налази осцилатор је довољно слабо да се нулта амплитуда $A(0)$ подудара са почетним положајем $x(0)$, као и да се период осциловања у вискозној средини практично не разликује од периода слободних осцилација. На графику су сви временски подаци (t -оса) изразито прецизни и могу се читавати без апсолутне грешке, док се бројне вредности елонгације x на ординати читавају са апсолутном грешком једнакој половини најмањег подеока дате скале. По пуштању осцилатора ($t = 0$), он прође кроз равнотежни положај, врати се назад, и након прве осцилације досегне нижу амплитуду $A(1)$, и тако редом за $n = 2, 3, \dots$, закључно са седмом осцилацијом ($n = 7$),



након које нам кретање осцилатора није од интереса. Испоставља се да се управо у овом случају, $n \in \{1, 2, \dots, 7\}$, амплитуда осцилатора $A(n)$ приближно понаша по закону:

$$A(n) = \frac{x(0)}{1 + \pi n/Q},$$

где је Q тзв. фактор добротe/каквоће. Очитавајући неопходне бројне вредности са графика $x(t)$ и скицирајући и анализирајући одговарајући график линеарне зависности, проценити бројну вредност Q -фактора и интервал његове апсолутне грешке. Даље, по егзактној теорији, амплитуда пригушеног осцилатора опада у времену по закону $A(t) = A(0)e^{-\beta t}$, где је β коефицијент пригушења вискозне средине. На основу апроксимације $e^\xi \approx 1 + \xi$ за $\xi \ll 1$, проценити бројну вредност β и интервал њене апсолутне грешке. (20 поена)

Сва решења јасно образложити. Израда задатака траје 240 минута.

Свим такмичарима желимо успешан рад!