54. ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2015/16. ГОДИНА

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

III разред

ЗАДАЦИ – ФЕРМИОНСКА КАТЕГОРИЈА

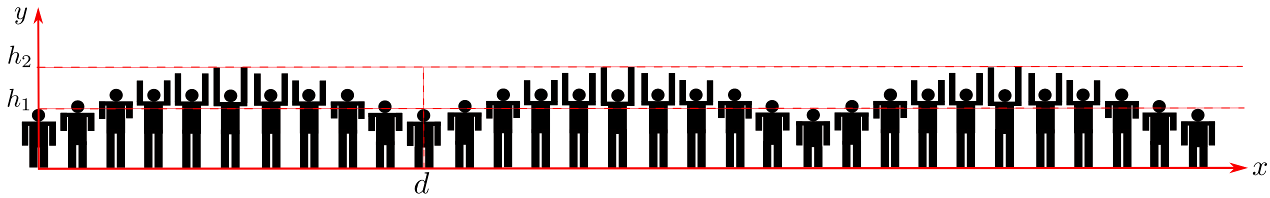
АЛЕКСИНАЦ
22–23.04.2016.

1. Феномен који се јавља на великим спортским догађајима током којих публика на стадиону устаје уздигнутих руку и поново седа познат је као „мексички талас“. Назив потиче још од Светског првенства у фудбалу у Мексику 1986. године када је овакво понашање публике први пут изазвало међународну пажњу. Претпоставимо да се сви гледаоци током формирања мексичког таласа крећу на исти начин и да је висина сваког од њих када седи $h_1 = 1{,}1$ m, а када стоји подигнутих руку $h_2 = 2{,}3$ m. Особа у положају $x = 0$ m у тренутку $t = 0$ s започиње мексички талас из седећег положаја, а након временског интервала Δt гледалац са његове леве стране устаје и креће се на идентичан начин као његов претходник, и тако редом. Анализирајући видео снимке са утакмица, може се уочити да је најмање растојање између двоје гледалаца у мексичком таласу који у датом тренутку седе $d = 6m$, односно $n = 10$ седишта, као и да је време за које гледалац устане, подигне руке и поново седне $T = 1$ s.

   (а) Са аспекта физике мексички талас (видети слику) може се описати једначином механичког таласа $y(x,t) = B + A\cos(\omega t + kx + \varphi)$, где је y висина таласа у положају x и у тренутку t. Израчунати константу B, амплитуду A, таласни вектор k, угаону фреквенцију ω, као и фазу φ мексичког таласа.

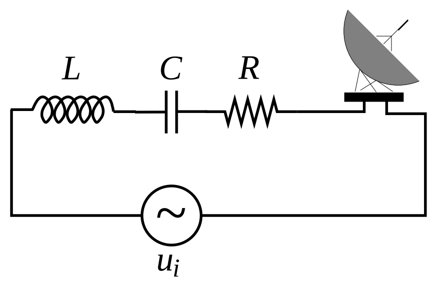
   (б) Одредити брзину мексичког таласа, као и временски интервал Δt.

   (в) Брзина механичких таласа обично је већа од брзине честица које талас чине. Да ли је то случај и код мексичког таласа?



Слика уз задатак 1: мексички талас

2. Џејмс Бонд комуницира са агентима 002 и 005. Бондов предајник чини редно RLC коло са отпорником отпора R, завојницом индуктивности L и кондензатором капацитета C, у које је укључена јако квалитетна антена (видети слику). Антена има занемариву импедансу на свим фреквенцијама. Снага сигнала који емитује антена пропорционална је квадрату амплитуде струје која протиче кроз њу, док је фреквенција сигнала једнака фреквенцији струје. Сигнал на фреквенцији напонске резонанце кола, $\omega_1 = 1/\sqrt{LC}$, прима обоје агената. Сигнал на фреквенцији ω_2 мора бити бар $k(k > 1)$ пута мање снаге, тако да допире само до агента 002, а не и до удаљеног агента 005. Коло се напаја изворима наизменичних напона $u_i(t) = U_0 \cos(\omega_i t)$, фреквенција ω_1 и ω_2 и једнаких амплитуда U_0. Наћи све фреквенције ω_2 на којима је могуће остварити описану комуникацију.



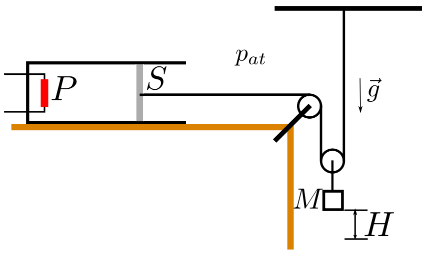
Слика уз задатак 3: радио Џејмса Бонда

3. Алометрија је део биологије који проучава варијације у величини органа између јединки, како унутар једне врсте тако и између врста. Прво алометријско правило открио је и описао Галилеј у “Дијалозима о две нове науке”. Правило тврди да су ноге по облику дебље и краће код великих него код малих животиња (упоредите, на пример, облике ногу носорога и паука). У овом задатку ћете проценити величину диносауруса и брзину његовог хода користећи алометријске зависности.

(а) Тираносаурус се може посматрати као алометријски увећано - џиновско пиле. При овом увећању важе следеће законитости: (1) густине тела пилета и тираносауруса су једнаке, (2) притисци у костима њихових ногу су једнаки и (3) однос запремине и трећег степена дужине ногу једнак је код свих животиња које се крећу на две ноге, па тако и код тираносауруса и пилета. Палеонтолози су пронашли бутну кост тираносауруса и закључили да је површина њеног попречног пресека $N = 25000$ пута већа од површине попречног пресека бутне кости пилета. Знајући да је маса пилета $m_1 = 400\,\mathrm{g}$, а дужина ноге пилета $l_1 = 10\,\mathrm{cm}$, проценити масу тираносауруса m_2, као и дужину његове ноге l_2.

(б) Из фосилизованих трагова, палеонтолози су открили да је дужина корака диносауруса разматраног у делу (а) $D = 2\,\mathrm{m}$. Процените природну брзину хода тираносауруса. Ногу тираносауруса сматрати хомогеним штапом, а њено кретање слободно осцилујућим физичким клатном. Убрзање Земљине теже је $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$.

4. У цилиндру се налази идеални једноатомски гас и грејач снаге P. Клип цилиндра је повезан преко неистегљиве нити за плафон. За доњи котур је закачен тег масе M (видети слику). Попречни пресек клипа је S. Колико дуго треба да буде укључен грејач да би се тег спустио за H? Сва трења у котуровима занемарити, а брзину спуштања тега сматрати константном. Атмосферски притисак је p_{at}, а гравитационо убрзање Земље је g.



Слика уз задатак 4: суд са грејачем и покретним клипом

5. У квантној механици идентичне честице са полуцелобројним спином (фермиони) не могу окупирати исто стање, док идентичне честице са целобројним спином (бозони) могу. Зато фермиони окупирају редом енергетска стања, почевши од стања најниже енергије, док се бозони групишу у стању најниже енергије. Интуитивно је разумљиво да ово резултује ефективним привлачењем између бозона, а одбијањем између фермиона, па једначина стања одступа од оне за идеалан гас. На високим температурама и ниским концентрацијама, ефекти фермионске и бозонске природе честица се губе.

У случају фермиона једначина стања гласи $pV = nRT(1 + cT^k)$, где је p притисак гаса, V његова запремина, n број молова, $R = 8.314\,\mathrm{J/(Kmol)}$ идеална гасна константа, T апсолутна температура, а c и k константе. У суд запремине $V = 8L$ упумпано је $n = 1.3\,\mathrm{mol}$ фермионског гаса. У табели испод дати су резултати мерења притиска у зависности од температуре. Одредити константу k и проценити њену грешку. Апсолутна грешка при мерењу притиска је $\Delta p = 500\,\mathrm{Pa}$.

Таблица 1

$p[kPa]$	154	170	186	202	218
$T[K]$	100	112.5	125	137.5	150

Помоћ: зависност облика $y = x^k$ се може линеаризовати логаритмовањем.
Напомена: на температурама и притисцима датим у задатку ефекти фермионске природе честица су видљиви само у гасовима честица веома мале масе.

Задатке припремили: *Владан Павловић*, Природно-математички факултет, Ниш
Владимир Вељић, Институт за физику, Београд
Марко Кузмановић, Физички факултет, Београд
Рецензент: *др Димитрије Степаненко*, Институт за физику, Београд
Председник Комисије за такмичења средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

1. а) Амплитуда мексичког таласа је $A = (h_2 - h_1)/2 = 0{,}6\ \mathrm{m}$ $\boxed{\mathbf{2п}}$, константа $B = (h_2 + h_1)/2 = 1{,}7\ \mathrm{m}$ $\boxed{\mathbf{2п}}$, таласни вектор $k = 2\pi/d = 2\pi/\lambda = 1{,}05\ \mathrm{m}^{-1}$ $\boxed{\mathbf{2п}}$, угаона фреквенција $\omega = 2\pi/T = 6{,}28\ \mathrm{rad}^{-1}$ $\boxed{\mathbf{2п}}$. Фаза се може одредити из услова $y(0{,}0) = B - A$ $\boxed{\mathbf{2п}}$, одкале се добија $\varphi = \pi$ $\boxed{\mathbf{2п}}$.
   б) Брзина мексичког таласа је $v = d/T = 6\ \mathrm{m/s}$ $\boxed{\mathbf{2п}}$, док је временски интервал $\Delta t = T/n = 0{,}1\ \mathrm{s}$ $\boxed{\mathbf{2п}}$.
   в) Максималана брзина особе је $v_{\max} = A\omega = 3{,}77\ \mathrm{m/s}$ $\boxed{\mathbf{2п}}$, што је мање од брзине мексичког таласа $\boxed{\mathbf{2п}}$.

2. Импеданса RLC кола је $Z = R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})$ $\boxed{\mathbf{1п}}$, а интензитет струје је $I = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$ $\boxed{\mathbf{1п}}$. Услов резонанце је $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$, па је снага на резонантној фреквенцији $S_1 = \frac{s}{R^2}$ $\boxed{\mathbf{3п}}$. На фреквенцији ω_2, снага је $S_2 = \frac{s}{R^2 + (\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C})^2}$ $\boxed{\mathbf{3п}}$. Заменом у $k = \frac{S_1}{S_2}$, добијамо услов $X_A = \pm\sqrt{k-1}R$, где је $X_A = \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}$ $\boxed{\mathbf{3п}}$ импеданса LC дела кола. Решавањем ове једначине по ω_2 и одбацивањем нефизичких негативних решења $\boxed{\mathbf{1п}}$ добијамо $\omega_{2,\pm} = \frac{\sqrt{k-1}R}{2L}\left(\pm 1 + \sqrt{1 + \frac{4L}{CR^2(k-1)}}\right)$ $\boxed{\mathbf{5п}}$. Тражена комуникација је могућа на фреквенцијама ω_2 које задовољавају $\omega_2 > \omega_{2,+}$ или $\omega_2 < \omega_{2,-}$ $\boxed{\mathbf{3п}}$.

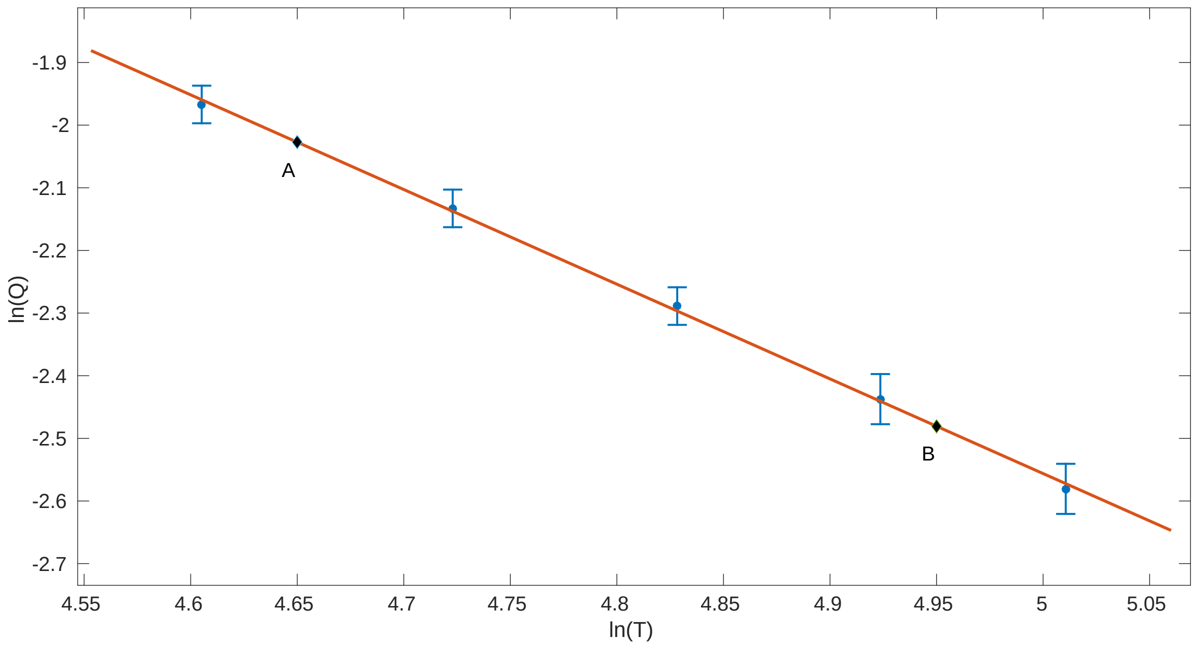
3. а) Притисак у костима ногу пилета (када оно мирује стојећи на обе ноге) једнак је притиску у костима ногу тираносауруса: $\frac{m_1 g}{2S_1} = \frac{m_2 g}{2S_2}$ $\boxed{\mathbf{2п}}$, где су S_1 и S_2 површине попречног пресека кости ноге пилета и тираносауруса, редом. Маса тираносауруса је $m_2 = m_1 S_2/S_1 = 10\ \mathrm{t}$ $\boxed{\mathbf{2п}}$. Користећи алометријску везу да је однос запремине тела V и трећег степена дужине ноге животиње l константан, као и да су густине животиња једнаке, добија се $\frac{l_2}{l_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{\rho V_2}{\rho V_1}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^{\frac{1}{3}} = N^{\frac{1}{3}}$ $\boxed{\mathbf{3п}}$, одакле је $l_2 = l_1 N^{\frac{1}{3}} = 2{,}92\ \mathrm{m}$ $\boxed{\mathbf{2п}}$.
   б) Природна брзина хода тираносауруса је $v = D/t$ $\boxed{\mathbf{1п}}$, при чему је t време за које тираносаурус направи један корак. Ако кретање ноге апроксимирамо осциловањем физичког клатна тада је $t = T/2$ $\boxed{\mathbf{3п}}$, где је T период осциловања клатна. Период осциловања физичког клатна је $T = 2\pi\sqrt{I/(mgd)}$ $\boxed{\mathbf{2п}}$, где је m маса ноге, $d = l_2/2$ $\boxed{\mathbf{1п}}$ растојање центра масе ноге од зглобне везе ноге и кука, а $I = ml_2^2/3$ $\boxed{\mathbf{1п}}$ момент инерције око осе ротације. Дакле, брзина хода тираносауруса је $v = \frac{D}{\pi}\sqrt{\frac{3g}{2l_2}} = 1{,}43\ \mathrm{m/s}$ $\boxed{\mathbf{3п}}$.

4. Услов равнотеже клипа је $pS + T = p_{at}S$ $\boxed{\mathbf{2п}}$, где је T сила затезања нити која износи $T = \frac{Mg}{2}$ $\boxed{\mathbf{1п}}$. Енергија коју ослобађа грејач, $Q = Pt$ $\boxed{\mathbf{1п}}$, троши се на увећање унутрашње енергије гаса и на вршење рада: $Q = \Delta U + A$ $\boxed{\mathbf{2п}}$. Промена унутрашње енергије је $\Delta U = \frac{3}{2}nR(T_2 - T_1)$ $\boxed{\mathbf{1п}}$, а извршени рад $A = p(V_2 - V_1)$ $\boxed{\mathbf{1п}}$. Гас се све време шири изобарски $\boxed{\mathbf{2п}}$, а за крајње тачке процеса важе релације $pV_1 = nRT_1$ и $pV_2 = nRT_2$ $\boxed{\mathbf{2п}}$. Из ових формула, уз услов $V_2 = V_1 + 2SH$ $\boxed{\mathbf{2п}}$, за укупну уложену енергију се добија $Pt = \frac{5}{2}p(V_2 - V_1) = 5pSH$ $\boxed{\mathbf{4п}}$, односно $t = \frac{5H}{2P}(2p_{at}S - Mg)$ $\boxed{\mathbf{2п}}$.

5. Теоријска зависност $pV = nRT(1 + cT^k)$ се може преписати као $\frac{pV}{nRT} - 1 = cT^k$, а то се логаритмовањем линеаризује $\ln(\frac{pV}{nRT} - 1) = \ln(c) + k\ln(T)$ $\boxed{\mathbf{3п}}$. Наношењем $\ln(\frac{pV}{nRT} - 1) = \ln Q$ на y осу графика а $\ln(T)$ на x осу графика, добија се линеарна зависност чији је коефицијент правца k а из пресека са y осом се може одредити c $\boxed{\mathbf{1п}}$. Грешка за величину $\ln Q$ се коришћењем познатих правила може одредити као $\Delta(\ln Q) = \frac{\frac{V\Delta p}{nRT}}{\frac{pV}{nRT} - 1}$ $\boxed{\mathbf{2п}}$. У табели 5 дате су вредности $\ln(T)$, $\ln Q$ и $\Delta(\ln Q)$ (добро формирана табела вреднује се са $\boxed{\mathbf{4п}}$):

$\ln T$	4.605	4.723	4.828	4.924	5.011
$\ln Q$	-1.967	-2.1329	-2.2888	-2.4374	-2.5806
$\Delta(\ln Q)$	0.02646	0.0277	0.0292	0.0308	0.0326
$\Delta(\ln Q)$ (заокружено)	0.03	0.03	0.03	0.04	0.04
$\ln Q$ (заокружено)	-1.97	-2.13	-2.29	-2.44	-2.58

Табела 5: Линеарзовани подаци.



Слика 5: Графички представљени подаци.

Табелирани подаци приказани су графички на слици 5 (адекватно нацртан график вреднује се $\boxed{\textbf{7п}}$). Провлачењем праве кроз остале тачке и бирањем две неексперименталне тачке $A = (4.65, -2.027)$ и $B = (4.95, -2.481)$ добија се коефицијент правца $k = \frac{B_y - A_y}{B_x - A_x} = -1.513$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Ако за грешке тачака A и B узмемо веће грешке њихових суседа, за грешку коефицијента правца добијамо $\Delta k = \frac{\Delta B_y + \Delta A_y}{B_x - A_x} = 0.2$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Коначан резултат гласи $k = -1.5 \pm 0.2$ $\boxed{\textbf{1п}}$.

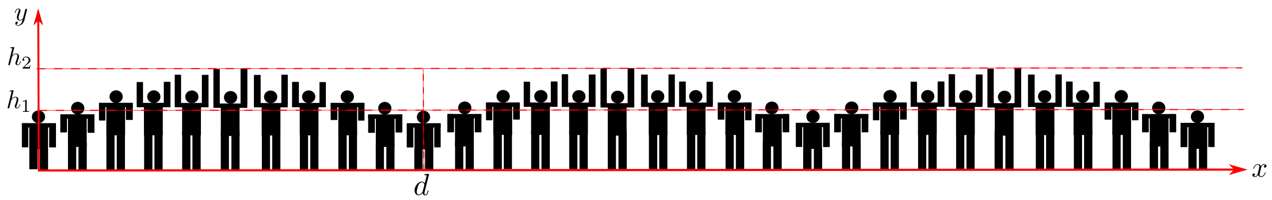
Задатке припремили: *Владан Павловић*, Природно-математички факултет, Ниш
Владимир Вељић, Институт за физику, Београд
Марко Кузмановић, Физички факултет, Београд
Рецензент: *др Димитрије Степаненко*, Институт за физику, Београд
Председник Комисије за такмичења средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

1. Феномен који се јавља на великим спортским догађајима током којих публика на стадиону устаје уздигнутих руку и поново седа познат је као „мексички талас“. Назив потиче још од Светског првенства у фудбалу у Мексику 1986. године када је овакво понашање публике први пут изазвало међународну пажњу. Претпоставимо да се сви гледаоци током формирања мексичког таласа крећу на исти начин и да је висина сваког од њих када седи $h_1 = 1{,}1$ m, а када стоји подигнутих руку $h_2 = 2{,}3$ m. Особа у положају $x = 0$ m у тренутку $t = 0$ s започиње мексички талас из седећег положаја, а након временског интервала Δt гледалац са његове леве стране устаје и креће се на идентичан начин као његов претходник, и тако редом. Анализирајући видео снимке са утакмица, може се уочити да је најмање растојање између двоје гледалаца у мексичком таласу који у датом тренутку седе $d = 6m$, односно $n = 10$ седишта, као и да је време за које гледалац устане, подигне руке и поново седне $T = 1$ s.

   (а) Са аспекта физике мексички талас (видети слику) може се описати једначином механичког таласа $y(x,t) = B + A\cos(\omega t + kx + \varphi)$, где је y висина таласа у положају x и у тренутку t. Израчунати константу B, амплитуду A, таласни вектор k, угаону фреквенцију ω, као и фазу φ мексичког таласа.

   (б) Одредити брзину мексичког таласа, као и временски интервал Δt.

   (в) Брзина механичких таласа обично је већа од брзине честица које талас чине. Да ли је то случај и код мексичког таласа?



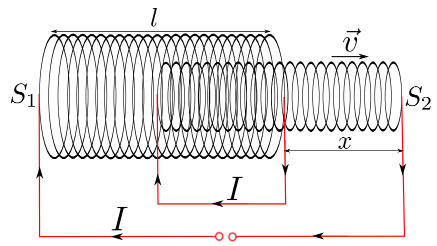
Слика уз задатак 1: мексички талас

2. У калем површине попречног пресека S_1 постављен је мањи калем површине попречног пресека S_2 ($S_2 < S_1$). Калемови имају једнаке дужине l и исти број навојака N. Повезани су са струјним извором тако да кроз њих тече константна струја истог смера и јачине I (видети слику). Сматрати да је магненто поље генерисано електричном струјом која пролази кроз калем хомогено и да постоји само у унутрашњости калема. Магнетна пропустљивост вакуума је μ_0.

   (а) Наћи укупну енергију магнетног поља у систему када се из већег калема извуче део мањег калема дужине x.

   (б) Наћи електромоторне силе ε_1 и ε_2 у калемовима када се мањи калем извлачи константном брзином $\vec{v}$ из већег. Брзина има правац осе калема и интензитет v.

   (в) Наћи силу $\vec{F}$ којом је потребно деловати на мањи калем да би се кретао брзином $\vec{v}$.



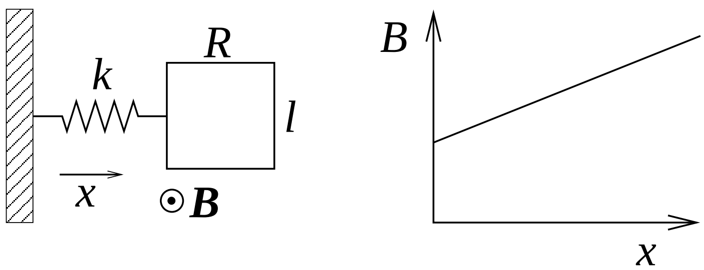
Слика уз задатак 3: геометрија калемова и струјно коло

3. Алометрија је део биологије који проучава варијације у величини органа између јединки, како унутар једне врсте тако и између врста. Прво алометријско правило открио је и описао Галилеј у “Дијалозима о две нове науке”. Правило тврди да су ноге по облику дебље и краће код великих него код малих животиња (упоредите, на пример, облике ногу носорога и паука). У овом задатку ћете проценити величину диносауруса и брзину његовог хода користећи алометријске зависности.

(а) Тираносаурус се може посматрати као алометријски увећано - џиновско пиле. При овом увећању важе следеће законитости: (1) густине тела пилета и тираносауруса су једнаке, (2) притисци у костима њихових ногу су једнаки и (3) однос запремине и трећег степена дужине ногу једнак је код свих животиња које се крећу на две ноге, па тако и код тираносауруса и пилета. Палеонтолози су пронашли бутну кост тираносауруса и закључили да је површина њеног попречног пресека $N = 25000$ пута већа од површине попречног пресека бутне кости пилета. Знајући да је маса пилета $m_1 = 400$ g, а дужина ноге пилета $l_1 = 10$ cm, проценити масу тираносауруса m_2, као и дужину његове ноге l_2.

(б) Из фосилизованих трагова, палеонтолози су открили да је дужина корака диносауруса разматраног у делу (а) $D = 2$ m. Процените природну брзину хода тираносауруса. Ногу тираносауруса сматрати хомогеним штапом, а њено кретање слободно осцилујућим физичким клатном. Убрзање Земљине теже је $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$.

4. Проводни рам облика квадрата странице l и отпорности R положен је на идеално гладак сто у хоризонталној $x-y$ равни. Рам је закачен за зид непроводном опругом коефицијента еластичности k, тако да се може кретати дуж x осе. Цео систем стављен је у вертикално магнетно поље индукције $\vec{B}(x) = (B_0 + \alpha x)\vec{e}_z$. Колика је минимална маса рама при којој би он осциловао када се изведе из равнотежног положаја?



Слика уз задатак 4: осцилујући рам у нехомогеном магнетном пољу

5. У квантној механици идентичне честице са полуцелобројним спином (фермиони) не могу окупирати исто стање, док идентичне честице са целобројним спином (бозони) могу. Зато фермиони окупирају редом енергетска стања, почевши од стања најниже енергије, док се бозони групишу у стању најниже енергије. Интуитивно је разумљиво да ово резултује ефективним привлачењем између бозона, а одбијањем између фермиона, па једначина стања одступа од оне за идеалан гас. На високим температурама и ниским концентрацијама, ефекти фермионске и бозонске природе честица се губе.

У случају бозона једначина стања гласи $pV = nRT(1 - cT^k)$, где је p притисак гаса, V његова запремина, n број молова, $R = 8.314$ J/(Kmol) идеална гасна константа, T апсолутна температура, а c и k константе. У суд запремине $V = 10$ L упумпано је $n = 1.7$ mol бозонског гаса. У табели испод дати су резулатати мерења притиска у зависности од температуре. Грешка при мерењу притиска је $\Delta p = 500$ Pa. Графички одредити константу k и проценити њену грешку. На основу претходног, рачунски одредити константу c. Израчунати најнижу температуру код које $pV/(nRT)$ за бозонски гас одступа мање од 5% од предвиђања једначине стања идеалног гаса.

Таблица 1

$p[kPa]$	128.5	157.5	187	212	244.5	273.5
$T[K]$	100	120	140	160	180	200

Помоћ: зависност облика $y = x^k$ се може линеаризовати логаритмовањем.
Напомена: на температурама и притисцима датим у задатку ефекти бозонске природе честица су видљиви само у гасовима честица веома мале масе.

Задатке припремили: *Владан Павловић*, Природно-математички факултет, Ниш
Владимир Вељић, Институт за физику, Београд
Марко Кузмановић, Физички факултет, Београд
Рецензент: *др Димитрије Степаненко*, Институт за физику, Београд
Председник Комисије за такмичења средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

1. а) Амплитуда мексичког таласа је $A = (h_2 - h_1)/2 = 0{,}6\,\mathrm{m}$ **2п**, константа $B = (h_2 + h_1)/2 = 1{,}7\,\mathrm{m}$ **2п**, таласни вектор $k = 2\pi/d = 2\pi/\lambda = 1{,}05\,\mathrm{m}^{-1}$ **2п**, угаона фреквенција $\omega = 2\pi/T = 6{,}28\,\mathrm{rad}^{-1}$ **2п**. Фаза се може одредити из услова $y(0{,}0) = B - A$ **2п**, одкале се добија $\varphi = \pi$ **2п** .
   б) Брзина мексичког таласа је $v = d/T = 6\,\mathrm{m/s}$ **2п**, док је временски интервал $\Delta t = T/n = 0{,}1\,\mathrm{s}$ **2п**.
   в) Максималана брзина особе је $v_{\max} = A\omega = 3{,}77\,\mathrm{m/s}$ **2п**, што је мање од брзине мексичког таласа **2п**.

2. а) У области у којој калемови нису преклопљени густина енергије магнетног поља је $w_1 = B^2/(2\mu_0)$ **1п**, где је $B = \mu_0 IN/l$ **1п**. У области у којој калемови јесу преклопљени магнетно поље је дупло јаче **1п**, јер су магнетна поља која потичу од оба калема једнака, па је густина енергије $w_2 = (2B)^2/(2\mu_0)$ **1п**. Укупна енергија магнетног поља је $E_m = w_1(xS_1 + (S_1 - S_2)(l - x) + xS_2) + w_2(l - x)S_2 = \frac{B^2}{2\mu_0}[S_1 l + S_2(3l - 2x)]$ **3п**.
   б) Извлачењем мањег калема промена магнетног флукса је $\Delta\Phi = \Delta NBS_2$ **1п**, где је $\Delta N = Nv\Delta t/l$ **1п** број навојака калема који се извуче за време Δt. Како је промена магнетног флукса у оба калема једнака, једнаке су и индуковане електромоторне силе у калемовима за које важи $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = |\Delta\Phi/\Delta t| = BS_2Nv/l = \mu_0 S_2 IN^2 v/l^2$ **3п**.
   в) Из закона одржања енергије је $F\Delta x = \Delta E_m + I(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\Delta t$ **4п**, одакле уз $v = \Delta x/\Delta t$ следи $F = \Delta E_m/\Delta x + I(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/v = -B^2 S_2/\mu_0 + 2IBS_2N/l = \mu_0 I^2 N^2 S_2/l^2$ **4п**.

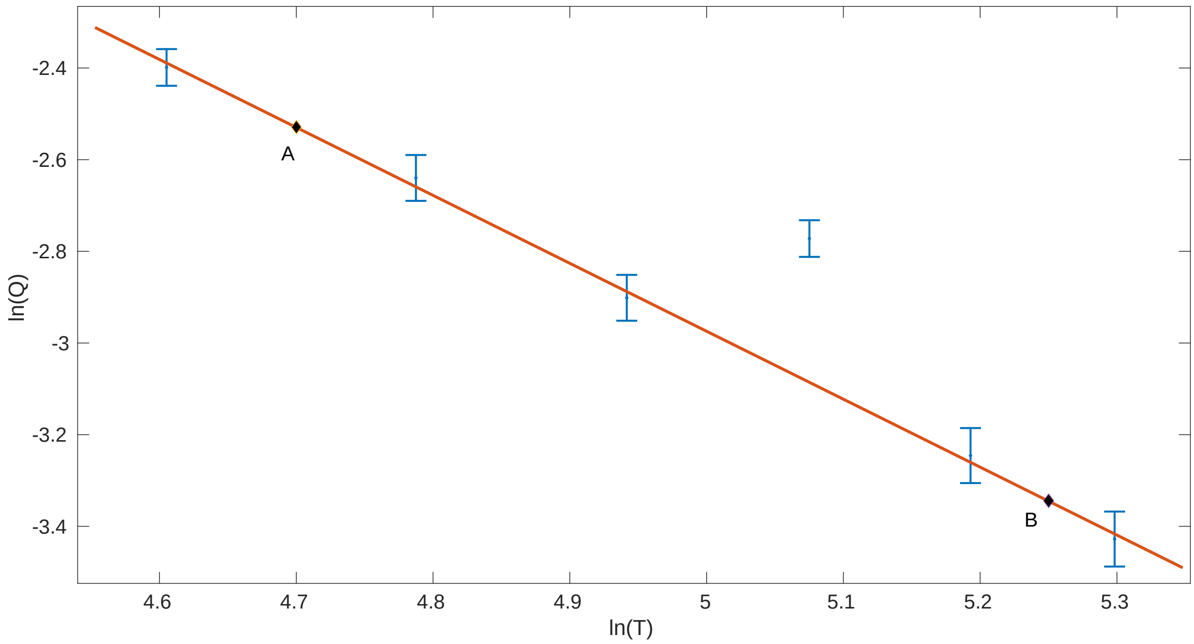
3. а) Притисак у костима ногу пилета (када оно мирује стојећи на обе ноге) једнак је притиску у костима ногу тираносауруса: $\frac{m_1 g}{2S_1} = \frac{m_2 g}{2S_2}$ **2п**, где су S_1 и S_2 површине попречног пресека кости ноге пилета и тираносауруса, редом. Маса тираносауруса је $m_2 = m_1 S_2/S_1 = 10\,\mathrm{t}$ **2п**. Користећи алометријску везу да је однос запремине тела V и трећег степена дужине ноге животиње l константан, као и да су густине животиња једнаке, добија се $\frac{l_2}{l_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{\rho V_2}{\rho V_1}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^{\frac{1}{3}} = N^{\frac{1}{3}}$ **3п**, одакле је $l_2 = l_1 N^{\frac{1}{3}} = 2{,}92\,\mathrm{m}$ **2п**.
   б) Природна брзина хода тираносауруса је $v = D/t$ **1п**, при чему је t време за које тираносаурус направи један корак. Ако кретање ноге апроксимирамо осциловањем физичког клатна тада је $t = T/2$ **3п**, где је T период осциловања клатна. Период осциловања физичког клатна је $T = 2\pi\sqrt{I/(mgd)}$ **2п**, где је m маса ноге, $d = l_2/2$ **1п** растојање центра масе ноге од зглобне везе ноге и кука, а $I = ml_2^2/3$ **1п** момент инерције око осе ротације. Дакле, брзина хода тираносауруса је $v = \frac{D}{\pi}\sqrt{\frac{3g}{2l_2}} = 1{,}43\,\mathrm{m/s}$ **3п**.

4. Флукс кроз рам у нехомогеном пољу може се израчунати као површина рама помножена са средњим магнетним пољем кроз рам, односно у овом случају магнетним пољем на средини рама **2п**. За рам чија се лева ивица налази на положају x_0 а десна на $x_0 + l$, флукс је $\Phi(x_0) = B_0 l^2 + \alpha l^2(x_0 + l/2)$ **3п**. Промена флукса при померању рама за Δx_0 једнака је $\Delta\Phi(\Delta x_0) = \alpha l^2 \Delta x_0$ **2п**. По Фарадејевом закону електромагнетне индукције индуковани напон једнак је $\varepsilon = -(\Delta\Phi)/\Delta t = -\alpha l^2(\Delta x_0)/\Delta t = -\alpha l^2 v$ **2п**, где је $v = (\Delta x_0)/\Delta t$ брзина рама. Струја која тече кроз рам је онда $I = \varepsilon/R = -\alpha l^2 v/R$ **1п**. Сила на проводник у магнетном пољу кроз који протиче струја ја $F = BIl$ **1п**. Силе које делују на странице паралелне са x осом су једнаке по интензитету а супротне по смеру па се поништавају (за сваки делић једне странице постоји делић напрамне странице који је у магнетном пољу исте јачине али кроз који тече струја у супротном смеру) **1п**. Укупна Амперова сила која делује на проводник је онда $F = B(x_0 + l)Il - B(x_0)Il = \alpha l^2 I = -\alpha^2 l^4 v/R$ **2п**. Укупна сила која делује на рам је збир Амперове и еластичне, па на основу другог Њутновог закона добијамо једначину: $ma = -kx_0 - \alpha^2 l^4 v/R$ **2п**, која представља једначину пригушеног хармонијског осцилатора са коефицијентом пригушења $c = \alpha^2 l^4/R$ **1п**. Фреквенција пригушеног осцилатора је $\omega = \sqrt{k/m}\sqrt{1 - c^2/(4mk)}$ **1п**, па ће систем осциловати докле год је $c^2 = \alpha^4 l^8/R^2 < 4mk$ **1п**, односно $m > \alpha^4 l^8/(4R^2 k)$ **1п**.

5. Теоријска зависност $pV = nRT(1-cT^k)$ се може преписати као $1-\frac{pV}{nRT} = cT^k$, а то се логаритмовањем линеаризује $\ln(1-\frac{pV}{nRT}) = \ln(c) + k\ln(T)$ $\boxed{\mathbf{2п}}$. Наношењем $\ln(1-\frac{pV}{nRT}) = \ln Q$ на y осу графика а $\ln(T)$ на x осу графика, добија се линеарна зависност чији је коефицијент правца k. Грешка за величину се коришћењем познатих правила може одредити као $\Delta(\ln Q) = \frac{\frac{V\Delta p}{nRT}}{1-\frac{pV}{nRT}}$ $\boxed{\mathbf{2п}}$. У табели 5 дате су вредности $\ln(T)$, $\ln Q$ и $\Delta(\ln Q)$ (добро формирана табела вреднује се $\boxed{\mathbf{3п}}$):

$\ln T$	4.605	4.787	4.941	5.075	5.192	5.298
$\ln Q$	-2.399	-2.640	-2.901	-2.772	-3.246	-3.428
$\Delta(\ln Q)$	0.039	0.041	0.046	0.035	0.051	0.055
$\Delta(\ln Q)$ (заокружено)	0.04	0.04	0.05	0.04	0.05	0.06
$\ln Q$ (заокружено)	-2.40	-2.64	-2.90	-2.77	-3.25	-3.43

Табела 5: Линеарзовани подаци.



Слика 5: Графични представљени подаци.

Табелирани подаци приказани су графички на слици 5 са које се јасно види да 4. измерена вредност одступа од линеарне зависности, те се у даљем раду она занемарује $\boxed{\mathbf{2п}}$ (адекватно нацртан график вреднује се $\boxed{\mathbf{4п}}$). Провлачењем праве кроз остале тачке и бирањем две неекспериментaлне тачке $A = (4.7, -2.530)$ и $B = (5.25, -3.345)$ добија се коефицијент правца $k = \frac{B_y - A_y}{B_x - A_x} = -1.4818$ $\boxed{\mathbf{1п}}$. Ако за грешке тачака A и B узмемо веће грешке њихових суседа, за грешку коефицијента правца добијамо $\Delta k = \frac{\Delta B_y + \Delta A_y}{B_x - A_x} = 0.1745$ $\boxed{\mathbf{1п}}$. Коначан резултат гласи $k = -1.5 \pm 0.2$ $\boxed{\mathbf{1п}}$. Слободан члан се може добити као $\ln(c) = A_y - kA_x = 4.437$ $\boxed{\mathbf{1п}}$. Решавањем једначине $\frac{5}{100} = cT^k$ $\boxed{\mathbf{1п}}$, односно другачије записано $\ln(\frac{5}{100}) = \ln(c) + k\ln(T)$ добија се $T = 150K$ $\boxed{\mathbf{1п}}$, па је за температуру већу од ове одступање од идеалног гасног закона мање од 5% $\boxed{\mathbf{1п}}$.

Задатке припремили: *Владан Павловић*, Природно-математички факултет, Ниш
Владимир Вељић, Институт за физику, Београд
Марко Кузмановић, Физички факултет, Београд
Рецензент: *др Димитрије Степаненко*, Институт за физику, Београд
Председник Комисије за такмичења средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд