**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА**
**ШКОЛСКЕ 2012/2013. ГОДИНЕ.**

**Друштво физичара Србије**
**Министарство просвете, науке и технолошког развоја**
**Републике Србије**

**III РАЗРЕД**

**ОКРУЖНИ НИВО**
**9. 3. 2013.**

## ЗАДАЦИ

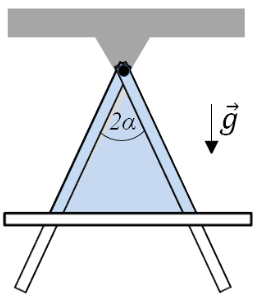
**1.** Преко вертикалног рама са углом $2\alpha$ при врху превучена је опна од сапунице, чији је коефицијент површинског напона $\gamma$. Штап масе $m$ постављен је хоризонтално тако да може да клизи по раму без трења (видети слику). Штап се изведе из равнотежног положаја за растојање $y_0$ у вертикалном правцу и пусти. Показати да ће штап хармонијски осциловати и наћи зависност његове елонгације од времена. Штап током кретања остаје хоризонталан. (20 поена)

**2.** Кондензатор капацитета $C = 1$ nF везан је редно са калемом индуктивности $L = 1$ mH и отпорним елементом састављеним од два отпорника једнаких отпора $R = 1{,}5$ kΩ. Да ли ће се приликом пражњења кондензатора у колу појавити осцилације ако су отпорници унутар отпорног елемента међусобно везани редно или паралелно? (20 поена)

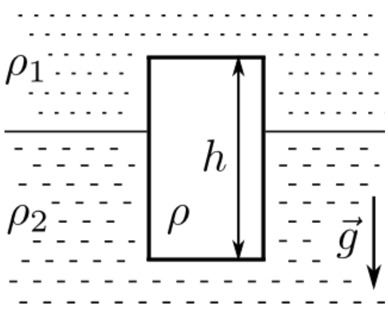
**3.** Чеп у облику ваљка висине $h$ и густине $\rho$ налази се у стабилној равнотежи на граници две течности густина $\rho_1$ и $\rho_2$ које се међусобно не мешају (видети слику). Одредити висину дела чепа који се налази у доњој течности и услов који морају да задовољавају дате густине да би била могућа стабилна равнотежа. Одредити и угаону учестаност малих осцилација чепа око равнотежног положаја. Занемарити све отпоре при кретању чепа. (20 поена)

**4.** Ролеркостер је популаран назив за возић из забавних паркова који се креће по шинама необичних облика. Познат је по томе што се великом брзином креће по деоницама које се успињу или нагло спуштају, што подиже адреналин и делује застрашујуће упркос чињеници да је конструкција технички сигурна. Ролеркостер возић из забавног парка "Дечије радости" започиње кретање убрзавајући на хоризонталној деоници до максималне брзине интензитета $v_{max}$ при којој мотори возића троше једносмерну струју $I_0 = 5$ kA из напонског генератора велике снаге. Коефицијент корисног дејства возића на овој деоници је $\eta = 0{,}91$. Колику јачину струје ће трошити мотори возића на деоници на којој се он успиње константном брзином интензитета $v_{max}$? Познато је да су мотори возића искључени када се он креће константном брзином интензитета $v_{max}$ наниже истом овом деоницом. Сматрати да су силе отпора, као и силе трења, за све време кретања возића константне. (20 поена)

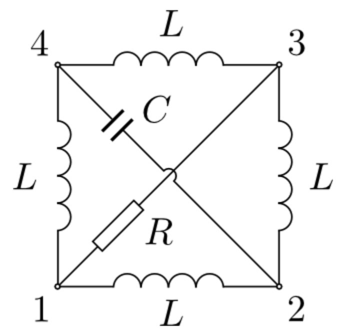
**5.** Коло приказано на слици, састављено од четири једнака калема индуктивности $L$, кондензатора капацитета $C$ и отпорника отпора $R$, прикључује се на исти извор наизменичне струје на два начина: а) у тачкама 1 и 3, при чему је амплитуда напона на прикључцима $U_{13}$ и б) у тачкама 2 и 4, при чему је амплитуда напона на прикључцима $U_{24}$. Ако је $U_{13} = U_{24}$, одредите угаону учестаност $\omega$ наизменичне струје извора. (20 поена)



Слика уз задатак 1



Слика уз задатак 3



Слика уз задатак 5

Свим такмичарима желимо успешан рад!

Задатке припремили:
*Милан Радоњић*, Институт за физику, Београд
*Владимир Вељић*, Машински факултет, Београд

Рецензент: *др Антун Балаж*, Институт за физику, Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа ДФС: *др Александар Крмпот,* Институт за физику, Београд

# ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2012/2013. ГОДИНЕ.

**Друштво физичара Србије**
**Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије**
**РЕШЕЊА ЗАДАТАКА**

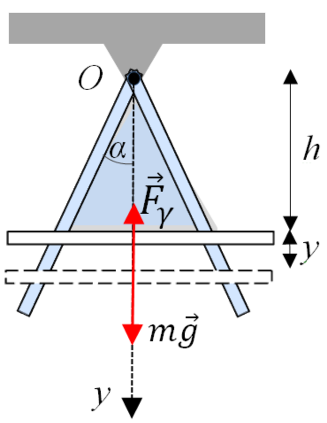
**III РАЗРЕД**

**ОКРУЖНИ НИВО**
**9. 3. 2013.**

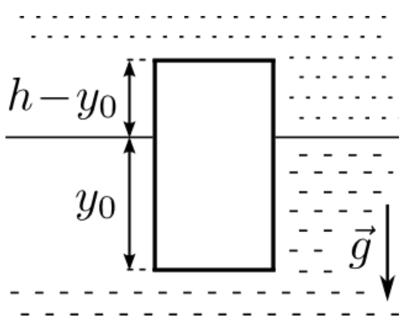
**1.** Нека је хоризонтални штап у равнотежном положају на растојању $h$ од тачке О, при чему је у додиру са опном од сапунице део штапа дужине $d = 2h\,\mathrm{tg}\,\alpha$ **2п**. Услов статичке равнотеже хоризонталног штапа је $m\vec{g} + \vec{F}_\gamma = 0$ **1п**, односно $mg - 2\gamma d = mg - 4\gamma h\,\mathrm{tg}\,\alpha = 0$ **4п**, одакле се за равнотежни положај добија $h = \frac{mg}{4\gamma\,\mathrm{tg}\,\alpha}$ **1п**. Уколико је штап изведен из равнотежног положаја за $y$ по вертикали, једначина његовог кретања је: $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{\gamma 1}$ **2п**, одакле следи $ma = mg - 4\gamma(h+y)\,\mathrm{tg}\,\alpha = -4\gamma\,\mathrm{tg}\,\alpha \cdot y$ **3п**. Добијена једначина описује хармонијско осциловање са кружном фреквенцијом $\omega^2 = 4\gamma\,\mathrm{tg}\,\alpha\,/m$ **3п**. Како штап почиње кретање из амплитудног положаја, његова елонгација је $y(t) = y_0 \cos\sqrt{\frac{4\gamma\,\mathrm{tg}\,\alpha}{m}}\,t$ **4п**.

**2.** Уколико приликом пражњења кондензатора у овом колу настају осцилације, њихова угаона учестаност одређена је изразом $\omega^2 = 1/(LC) - R_e^2/(4L^2)$ **5п**, где је $L$ индуктивност кола, $C$ укупни капацитет и $R_e$ ефективни термогени отпор кола. Да би се појавиле осцилације мора важити услов $1/(LC) - R_e^2/(4L^2) > 0$ **7п**, тј. $R_e < 2\sqrt{L/C} = 2\ \mathrm{k\Omega}$. У случају редне везе отпорника имамо $R_e = 2R = 3\ \mathrm{k\Omega}$, па неће доћи до осцилација **4п**. Када су отпорници везани паралелно биће $R_e = R/2 = 0{,}75\ \mathrm{k\Omega}$, па ће се у колу појавити осцилације **4п**.

**3.** Нека се у положају равнотеже у доњој течности налази део чепа висине $y_0$ и нека је $S$ површина основе чепа. Тежина чепа је у равнотежи са силама потисака течности, тј. $\rho S h g = \rho_1 S(h - y_0)\,g + \rho_2 S y_0 g$ **3п**, одакле следи $y_0 = \frac{\rho-\rho_1}{\rho_2-\rho_1}h$ **2п**. Да би равнотежа била могућа, мора важити $0 < y_0 < h$ **1п**, тј. $\frac{\rho-\rho_1}{\rho_2-\rho_1} > 0$ **2п** и $\frac{\rho-\rho_1}{\rho_2-\rho_1} < 1$ **2п**, односно $\frac{\rho-\rho_2}{\rho_2-\rho_1} < 0$. Када је чеп изведен из равнотежног положаја, при чему се у доњој течности налази његов део висине $y = y_0 + \eta$, једначина његовог кретања је $\rho S h a = \rho S h g - \rho_1 S(h-y)\,g - \rho_2 S y g$ **3п**, из које на основу услова равнотеже следи $\rho S h a = -(\rho_2 - \rho_1)\,S g \eta$, тј. $a = -\frac{(\rho_2-\rho_1)g}{\rho h}\,\eta$ **3п**. У случају стабилне равнотеже последња релација мора описивати хармонијско осциловање угаоном учестаношћу $\omega = \sqrt{\frac{(\rho_2-\rho_1)g}{\rho h}}$ **2п**, па мора да важи $\rho_2 - \rho_1 > 0$ **2п**. Комбиновањем претходно добијених услова закључујемо да је стабилна равнотежа могућа ако је $\rho_2 > \rho > \rho_1$.




Слика уз решење задатка 1




Слика уз решење задатка 3

**4.** Мотори возића узимају из генератора напона $U_0$ укупну снагу $U_0 I_0$ **1п**, при чему се део снаге $I_0^2 R$ **1п** троши у виду Џулове топлоте, а остатак је корисна снага $P_к = U_0 I_0 - I_0^2 R = \eta U_0 I_0$ **4п**. Како се возић креће максималном константном брзином $v_{max}$, снага $P_к$ се троши на савлађивање трења и отпора средине. Када се возић креће наниже не користи струју, а потребну снагу за савлађивање трења и отпора средине сада обезбеђује рад силе Земљине теже, $P_к = v_{max} mg \sin\alpha$ **4п**. При кретању возића навише, потребно је да се савлада рад силе Земљине теже, силе трења и отпора средине, тако да је потребна корисна снага $P'_к = v_{max} mg \sin\alpha + P_к = 2P_к$ **4п**. Укупна снага која је потребна моторима да би се возић кретао навише је $U_0 I'$, за коју важи: $U_0 I' = I'^2 R + P'_к = I'^2 \frac{U_0}{I_0}(1-\eta) + 2\eta U_0 I_0$ **2п**. Из последње једначине се добијају два могућа решења, $I'_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-8\eta(1-\eta)}}{2(1-\eta)} I_0$ **3п**, од којих ће бити остварено оно са мањом јачином струје, $I'_2 = 11{,}5\ \mathrm{kA}$ **1п**.

**5.** Пошто су амплитуде напона на прикључцима једнаке у оба случаја, модули комплексних импеданси такође морају бити једнаки, тј. $|Z_{13}| = |Z_{24}|$ **2п**. Приликом прикључивања кола у тачкама 1 и 3, због симетрије ће тачке 2 и 4 бити на истом потенцијалу, па кроз кондензатор неће протицати струја и грана 2-4 се може уклонити из кола. Тада је коло еквивалентно паралелној вези отпорника отпора $R$ и два калема индуктивности по $2L$ **3п**, па је комплексна импеданса $1/Z_{13} = 1/R + 2/(j\omega \cdot 2L) = 1/R - j/(\omega L)$ **2п**, тј. $|Z_{13}| = 1/\sqrt{1/R^2 + 1/(\omega L)^2}$ **2п**. Слично, приликом прикључивања кола у тачкама 2 и 4 грана 1-3 се може уклонити, па је тада коло еквивалентно паралелној вези кондензатора капацитета $C$ и два калема индуктивности по $2L$ **3п**. У овом случају за комплексну импедансу добијамо $1/Z_{24} = j\omega C + 2/(j\omega \cdot 2L) = j(\omega C - 1/(\omega L))$ **2п**, тј. $|Z_{24}| = 1/|\omega C - 1/(\omega L)|$ **2п**. Из једнакости модула комплексних импеданси следи релација $1/R^2 + 1/(\omega L)^2 = (\omega C - 1/(\omega L))^2$ **2п**, одакле добијамо угаону учестаност наизменичне струје извора $\omega = \sqrt{1/(RC)^2 + 2/(LC)}$ **2п**.

**Напомена: Признати и алтернативно решење коришћењем одговарајућих фазорских дијаграма.**