ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
Задаци за окружно такмичење ученика средњих школа
2008. године
III разред

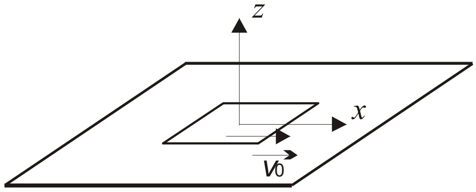
1. На нити дужине l окачена је куглица занемарљивих димензија и масе m. Куглица је наелектрисана количином наелектрисања q и налази се између две паралелне хоризонталне металне плоче наелектрисане површинском густином наелектрисања σ. Одредите период малих осцилација куглице ако се изведе из равнотежног положаја за мали угао. (15п)

2. Ако се тзв. црна кутија прикључи на једносмерни напон од 100V, онда кроз њу тече струја јачине 1A, а ако се прикључи на наизменични напон амплитуде 100V и фреквенције 50 Hz, онда је амплитуда јачине струје у колу 2A. Шта се налази у кутији? Наћи најједноставнију комбинацију елемената. (М.Ф.97/98). (15п)

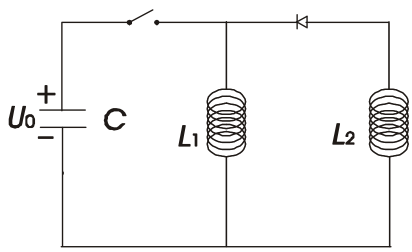
3. Квадратни суперпроводни рам странице l мирује на глаткој хоризонталној површини (слика 1). Маса рама је m, а коефицијент самоиндукције L. Систем се налази у нехомогеном магнетном пољу чија вертикална компонента индукције зависи од хоризонталне координате x по закону $B_z = B_0(1+\beta x)$, где је β константа. Раму је саопштена веома мала почетна брзина v_0 у правцу x - осе, као на слици. Напишите једначину кретања рама. (25п)

4. У колу на слици калемови индуктивности L_1 и L_2 су раздвојени идеалном диодом. У почетном тренутку, када је прекидач отворен, напон на кондензатору капацитета C_0, наелектрисаном као на слици 2, износи U_0. После неког времена, након затварања прекидача, напон на кондензатору постаје нула. а) Одредити јачину струје у калему L_1 у том тренутку. б) Одредити максималан напон који се после тога достиже на кондензатору. Напомена: $L\Delta I = \Delta(LI)$, ако је $L = const.$ (25п)

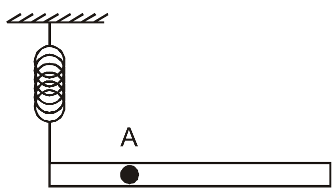
5. Танка греда масе $m = 25\,\text{kg}$ може да ротира без трења у хоритонталној равни око штапа провученог кроз њен вертикални отвор (слика 3). Отвор се налази на $\eta = 1/3$ дужине греде од њеног краја спојеног за опругу константе еластичности $k = 100\,\text{N/m}$ постављеној у равнотежном положају нормално на греду исто у хоризонталној равни. Одредите период малих осцилација греде. Момент инерције штапа, у односу на нормалну осу која пролази кроз тежиште, износи $I_0 = md^2/12$. (20п)



Слика 1



Слика 2



Слика 3

Задатке припремила: доц. др Андријана Жекић
Рецензент: проф. др Мићо Митровић
Председник комисије: проф. др Мићо Митровић

Решења задатака за окружно такмичење ученика средњих школа, 2008.г.
III разред

1. На куглицу изведену из равнотежног положаја за мали угао θ делују електрична и сила Земљине теже. У односу на тачку О, други Њутнов закон за ротацију ће бити: $l(mg \pm qE)\sin\theta = -I\alpha$ **(3п)**; $\alpha + \frac{mg \pm qE}{I} l\theta = 0$ **(3п),** при чему је искоришћена апроксимација за мале углове $\sin\theta \approx \theta$. $\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{l(mg \pm qE)}} = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{mg \pm q\sigma/\varepsilon_0}}$ **(9п).**

Напомена: За један знак дати 12 поена.

2. Најједноставније комбинације елемената у једносмерном режиму, због струје коначне јачине, су: а) термогени отпор у паралелној вези са кондензатором или б) термогени отпор у редној вези са завојницом. **(2п)** Укупни термогени отпор у колу је $R = 100V/1A = 100\Omega$ **(2п)**. Укупна импеданца у колу са наизменичном струјом једнака је односу максималних вредности напона и јачине струје $z = U_0/I_0 = 100V/2A = 50\Omega$ **(2п)**. Како је $z < R$, онда комбинација под б) отпада, пошто је код ње укупна импеданца већа од термогеног отпора, односно $z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$. Дакле, као најједноставније решење остаје комбинација по а), односно паралелна веза термогеног отпора и кондензатора **(4п)**. Како је при наизменичном режиму, бројна вредност импеданце два пута мања од отпора R, онда је бројна вредност капацитивног отпора једнака вредности термогеног, односно $1/\omega C = R$ **(3п)**. Пошто је $\omega = 2\pi\nu$. Следи да је капацитет кондензатора $C = (2\pi\nu R)^{-1} = 3.2\cdot 10^{-5}\,F$ **(2п)**. **Напомена: За сложеније комбинације и тачан резултат дати 12 поена.**

3. Када се рам помери за мало растојање Δx у њему се индукује ЕМС $\Delta\Phi/\Delta t = L\Delta I/\Delta t$ **(2п)**, због чега кроз њега тече струја $I = \frac{\Delta\Phi}{L} = \frac{B_0\beta l^2}{L}\Delta x$ **(3п)**, где је искоришћено да је $\Delta\Phi = S\Delta B_z = l^2\beta B_0\Delta x$ **(2п)**. Укупна сила (на две стране рама) износи $F = ma = I\,l[B(x+\Delta x) - B(x + \Delta x + l)] = -\frac{B_0^2\beta^2 l^4}{L}\Delta x$ **(6п)**. Рам осцилује харм. фреквенцијом $\omega = B_0\beta l^2/\sqrt{Lm}$ **(3п)**. По закону одржања енергије $mv_0^2/2 = kA^2/2 = m\omega^2 A^2/2$ **(3п)**, одакле је $A = v_0/\omega$ **(2п)**, па је једначина кретања $\Delta x = v_0\frac{\sqrt{Lm}}{B_0\beta l^2}\sin\frac{B_0\beta l^2}{\sqrt{Lm}}t$ **(4п)**. **Напомена: Ако су нађени амплитуда и фреквенција, а нема једначине, дати 24п.**

4. Затварањем прекидача настаје осцилаторно коло C-L_1 **(1п)**. По закону одрж. енергије важи $C_0U_0^2/2 = L_1 I_L^2/2$ **(2п)**, где је а) $I_L = U_0\sqrt{C/L_1}$ **(3п)** максимална струја кроз калем L_1. б) При поновном пуњењу кондензатора струја тече кроз оба калема **(1п)**. За контуру коју чине калемови важи $L_1\Delta I_1/\Delta t = L_2\Delta I_2/\Delta t$ **(2п)**, па је $L_1\Delta I_1 = L_2\Delta I_2$, $\Delta(L_1I_1 + L_2I_2) = 0$, тј. $L_1I_1 + L_2I_2 = const$ **(3п).** Константа се налази из почетних услова: кад је струја кроз калем L_1 била максимална (I_L) кроз калем L_2 није текла струја, па је $const = L_1U_0\sqrt{C/L_1} + L_2\cdot 0 = U_0\sqrt{L_1C}$ **(3п)**, и $L_1I_1 + L_2I_2 = U_0\sqrt{L_1C}$ **(1п)**. Када је напон на кондензатору највећи (U_m) кроз редно везане калемове ($L_1 + L_2$) тече иста струја I_{12} **(1п)**, па је $(L_1 + L_2)I_{12} = const. = U_0\sqrt{L_1C}$ **(2п)**, па је $I_{12} = \frac{U_0\sqrt{L_1C}}{L_1 + L_2}$ **(2п)**. Пошто нема губитака, енергија ел. поља у кондензатору пре затварања прекидача је једнака збиру енергија ел. поља кондензатора и магнетног поља калемова у овом тренутку. $C_0U_0^2/2 = CU_m^2/2 + (L_1 + L_2)I_{12}^2/2$ **(2п)**, одакле је $U_m = U_0\sqrt{L_2/(L_1 + L_2)}$ **(2п)**.

5. Момент инерције греде око штапа је $I = I_0 + m(1/1-\eta)^2 d^2$ **(3п)**. Када се греда помери из равнотежног положаја за мали угао φ, тада је $I\alpha = -F\eta d$ **(4п)**. За хоризонтални померај опруге y је $F = ky = k\eta\, d\alpha$ **(4п)**, па је

$I\alpha + k\eta^2 d^3\alpha = 0$ **(4п)**, што представља једначину малих осцилација. Период је $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}\frac{\eta^2 - \eta + 1/3}{\eta^2}}$ **(4п),** $T = 3.14\mathrm{s}$ **(1п)**.