ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

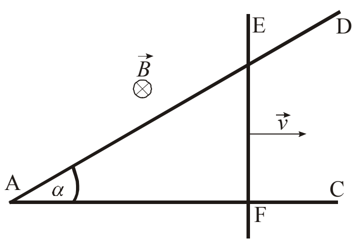
Задаци за републичко такмичење ученика средњих школа
21. април 2007.
III разред

1. Проводник EF се креће константном брзином $\vec{v}$ додирујући проводнике AC и AD који међусобно заклапају угао α (сл. 1). Магнетно поље индукције $\vec{B}$ је нормално на раван коју чине проводници. Наћи количину топлоте која се издваја у колу за време кретања проводника EF од тачке A до тачке C. Отпорност по јединици дужине проводника EF је једнака R_l, а отпорности проводника AC и AD су занемарљиве. Узети да је $AC = l_0$, $EF \perp AC$ и $\vec{v} \perp EF$. (20п)

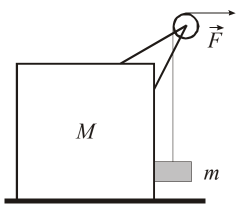
2. Струјно коло се састоји од бакарног проводника површине попречног пресека S_1 и топљивог осигурача од олова попречног пресека S_2. За колико је повећање температуре проводника предвиђен овај осигурач? Сматрати процес прегоревања осигурача довољно кратким да сва ослобођена топлота иде на загревање кола. Почетна температура је t_0. Специфичне проводљивости бакра и олова су σ_1 и σ_2, густине, ρ_1 и ρ_2, специфичне топлоте c_1 и c_2, по реду. Температура топљења олова је t_t а специфична топлота топљења је q_t. (20п)

3. Масиван диск, који лежи хоризонтално, обешен је о вертикалне неистегљиве нити. Ако се диск обрне за мали угао око његове осе симетрије и пусти, вршиће хармонијске осцилације. Колико пута ће се смањити период ових осцилација ако се у центар диска стави веома мали тег чија је маса једнака маси диска? ($\sqrt{1-x} \approx 1 - x/2$) (20п)

4. На хоризонталној равни лежи квадар масе $M = 4\mathrm{kg}$, за чији је врх причвршћен котур занемарљиве масе (сл. 2). Преко котура је пребачена лака неистегљива нит на којој виси тег масе $m = 1\mathrm{kg}$, и који додирује вертикални зид квадра. Одредити рад који треба извршити да би тег подигли за висину $h = 50\mathrm{cm}$, вукући нит хоризонталном силом $F = 10\mathrm{N}$. Сва трења занемарити, и сматрати да се квадар креће транслаторно. (20п)



Слика 1



Слика 2

5. Ради експерименталног одређивања магнетне пермеабилности вакуума мерен је напон индукован у соленоиду у функцији јачине струје кроз соленоид. Соленоид има $N = 100$ навоја, дужину $l = 11\,\mathrm{cm}$ и полупречник $r = 20.5\,\mathrm{mm}$. Мерења су извршена на фреквенцији $\nu = 6\,\mathrm{kHz}$. Измерене вредности напона су дате у табели.

$I\,[\mathrm{mA}]$	25	50	75	100	115
$U\,[\mathrm{V}]$	0.199	0.351	0.490	0.626	0.706

Грешке мерења дужине и полупречника соленоида занемарити као и грешку фреквенције.
Грешке мерења струје и напона су 1% мерене вредности + вредност најмање цифре која се инструментом може измерити.

а) Наћи теоријску зависност између мерених физичких величина.
б) Нацртати график према претходно утврђеној теоријској зависности.
в) Користећи график, одредити магнетну пермеабилност вакуума и проценити апсолутну грешку.

(20п)

Задатке припремила: Андријана Жекић
Рецензент: Мићо Митровић
Председник Комисије: Мићо Митровић

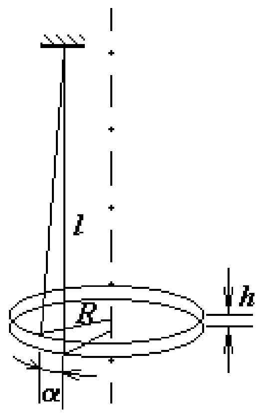
Решења задатака за републичко такмичење ученика средњих школа, 2007.г.
I I I разред

1. $l = \overline{EF} = \overline{AF}\,\mathrm{tg}\alpha = vt\,\mathrm{tg}\alpha$. Нека је t_0 време за које проводник стигне у тачку C, па је $l_0 = vt_0\mathrm{tg}\alpha$. $\varepsilon = Blv = Bv^2t\,\mathrm{tg}\alpha$. $R = R_l l = R_l vt\,\mathrm{tg}\alpha$. Тренутна снага износи $P = \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{B^2v^3\mathrm{tg}\alpha}{R_l}t$. Снага линеарно расте од 0 (тачка A) до максималне $P_{\max}$ у тачки F у тренутку $t_0 = l_0/v$.

Ослобођена топлота је $Q = \overline{P}t_0 = \frac{P_{\max}}{2}t_0$. Дакле, $Q = \frac{B^2vl_0^2}{2R_l}\mathrm{tg}\alpha$.

2. На загевање бакарног проводника троши се $Q_1 = m_1c_1\Delta t = \rho_1 l_1 S_1 c_1 \Delta t$. На загревање и топљење оловног осигурача троши се $Q_2 = m_2c_2(t_\mathrm{t} - t_0) + m_2 q_\mathrm{t} = \rho_2 l_2 S_2\left[c_2(t_\mathrm{t} - t_0) + q_\mathrm{t}\right]$. Пошто су осигурач и проводник везани редно то је $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{I^2R_1\tau}{I^2R_2\tau} = \frac{\sigma_2 l_1 S_2}{\sigma_1 l_2 S_1}$. Из претходних једначина следи $\Delta t = \frac{\sigma_2\rho_2S_2^2\left[c_2(t_\mathrm{t} - t_0) + q_\mathrm{t}\right]}{\sigma_1\rho_1S_1^2c_1}$.

3. При ротацији за мали угао α, диск се подиже за $h \approx l - \sqrt{l^2 - (R\alpha)^2} \approx \frac{R^2\alpha^2}{2l}$. Потенцијална енергија при том се повећава за $\Delta E_n = mgR^2\alpha^2/2l$. Када ротира угаоном брзином ω, на висини h, диск има укупну енергију $I\omega^2/2 + mgR^2\alpha^2/2l = const$. По аналогији са осциловањем опруге, за коју важи $mv^2/2 + kx^2/2 = const$ ($I \leftrightarrow m$, $mgR^2/l \leftrightarrow k$), период диска је $T = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{Il}{mg}}$. Када се на диск стави тег момент инерције се не мења, јер је мали. Маса система се повећава 2 пута, а период смањује $\sqrt{2}$ пута.



4. Први начин. Кретање тега: $ma_y = F - mg$. $a_y = \frac{F}{m} - g = const$, па подизање траје $\tau = \sqrt{2h/a_y}$. Кретање тега и квадра: $Ma_x = F - N$, $ma_x = N$, па је $a_x = F/(M+m)$. Када се тег подигне за h, квадар се помери за $\Delta x = \frac{a_x\tau^2}{2} = \frac{ha_x}{a_y} = h\frac{F}{M+m}\frac{m}{F-mg}$, а нападна тачка силе се помери за $\Delta X = h + \Delta x$. Рад силе F износи:

$$A = F\Delta X = Fh\left(1 + \frac{Fm}{(M+m)(F-mg)}\right) \approx 57.6\ \mathrm{J}.$$

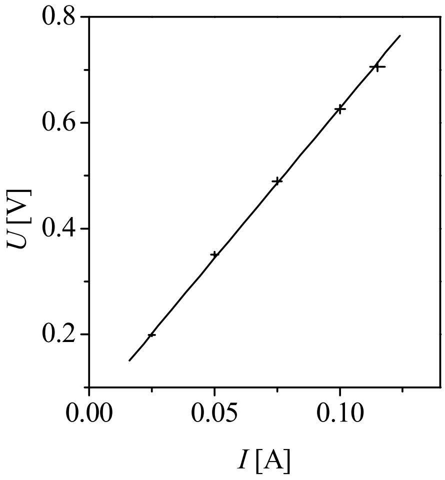
Други, лакши, начин (решење ученика):

$A = \Delta E_m + \Delta E_{M,m}$, где је $\Delta E_m = Fh$ рад силе F извршен на телу m. $\Delta E_{M,m} = \frac{1}{2}(M+m)v^2$ је кинеттичка енергија система. $v = a_x t = \frac{F}{M+m} t$. $ma_y = F - mg$ $(M+m)a_x = F$. Време подизања, тј. Убрзавања је $t = \sqrt{\frac{2h}{a_y}} = \sqrt{\frac{2mh}{F-mg}}$, па је $v = \frac{F}{M+m}\sqrt{\frac{2mh}{F-mg}}$. Сређивањем израза се добије коначан резултат.

5. а) Из једначине $U = X_L I = \omega L I = 2\pi\nu \frac{\mu_0 N^2 S}{l} I$ следи линеарна зависност $U = aI$, при чему је $a = 2\pi\nu \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$ коефицијент правца.

б) Ради графичког решавања проблема потребно је нацртати график $U = f(I)$ према следећим подацима:

I[A]	0.025	0.050	0.075	0.100	0.115
ΔI[A]	0.0013	0.0015	0.0018	0.002	0.003
U[V]	0.199	0.351	0.490	0.626	0.706
ΔU[V]	0.003	0.005	0.006	0.008	0.008



в) Одабирањем две неексп. тачке са праве, A – између прве и друге и B – између последње и претпоследње експерименталне тачке, нпр. $A(0.038\text{A}, 0.275\text{V})$ и $B(0.105\text{A}, 0.635\text{V})$ одређује се коефицијент правца праве као:

$$a = \frac{U_\text{B} - U_\text{A}}{I_\text{B} - I_\text{A}} = 5.37\frac{\text{V}}{\text{A}}.$$

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta U_\text{B} + \Delta U_\text{A}}{U_\text{B} - U_\text{A}} + \frac{\Delta I_\text{B} + \Delta I_\text{A}}{I_\text{B} - I_\text{A}} = \frac{0.005 + 0.008}{0.635 - 0.275} + \frac{0.0015 + 0.003}{0.105 - 0.038} = 0.103$$

$$\Delta a = 5.37\frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot 0.103 = 0.56\frac{\text{V}}{\text{A}} \approx 0.6\frac{\text{V}}{\text{A}} \quad \Rightarrow \quad a = (5.4 \pm 0.6)\frac{\text{V}}{\text{A}}$$

$$\mu_0 = \frac{a\,l}{2\pi\nu N^2 S} = \frac{a\,l}{2\pi\nu N^2 r^2 \pi} = \frac{5.37\frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot 0.11\text{m}}{2\pi 6 \cdot 10^3\,\text{Hz} \cdot 100^2 \cdot (20.5 \cdot 10^{-3}\,\text{m})^2 \pi} = 3.78\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\text{H}}{\text{m}}$$

$$\frac{\Delta\mu_0}{\mu_0} = \frac{\Delta a}{a} = 0.103 \;\Rightarrow\; \Delta\mu_0 = \mu_0 \cdot 0.103 = 3.78\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\text{H}}{\text{m}} \cdot 0.103 = 0.39\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\text{H}}{\text{m}} \approx 0.4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\text{H}}{\text{m}}$$

$$\mu_0 = (3.8 \pm 0.4)\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\text{H}}{\text{m}}.$$