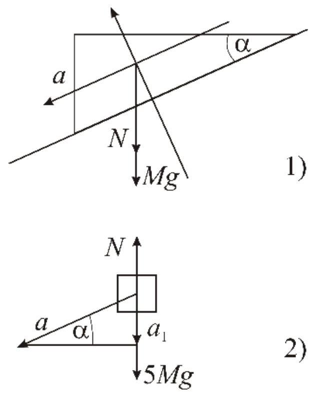
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА α КАТЕГОРИЈЕ

P1. У поставци задатка није дат угао нагиба стрме равни α у односу на тло - мораћемо да испитамо зависност убрзања клина од вредности овог угла.
Означимо убрзање клина дуж стрме равни са a (слика P1.1). Тада ће убрзање коцке бити једнако $a_1 = a\sin\alpha$ (слика P1.2, дуж вертикалне осе клин и коцка се крећу заједно). Запишимо једначине кретања клина и коцке:



Слика P1.

$$Ma = \left(Mg + N\right)\sin\alpha \; \textbf{(3п)} \text{и } 5Ma\sin\alpha = 5Mg - N \; \textbf{(3п)}$$

Ако једначину кретања коцке помножимо са $\sin\alpha$ и саберемо је са једначином кретања клина, добијамо да је:

$$a = g\frac{6\sin\alpha}{5\sin^2\alpha + 1}. \; \textbf{(3п)}$$

Да бисте пронашли максималну вредност убрзања, можете последњу једначину написати у облику:

$$a = g\frac{6}{5\sin\alpha + \dfrac{1}{\sin\alpha}} = \frac{6g}{\sqrt{5}}\frac{1}{\sqrt{5}\sin\alpha + \dfrac{1}{\sqrt{5}\sin\alpha}}. \; \textbf{(3п)}$$

Разломак има максималну вредност када је вредност имениоца минимална. Збир два реципрочна броја (нпр. $x + 1/x$) је минималан када су вредности оба броја међусобно исте ($x = 1/x$). У нашем случају то значи да је $x = \sqrt{5}\sin\alpha = 1$, па је

$$a_{\max} = \frac{3g}{\sqrt{5}} \approx 13,4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \; \textbf{(3п)}$$

P2. а) На основу датих података и слике из поставке задатака, највероватнија брзина v атома сребра у млазу износи

$$v = \frac{R - r}{t} = \frac{R}{t} = \frac{\omega R}{\alpha} = \frac{\omega R^2}{s} \approx 480\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}. \; \textbf{(3п)}$$

б) Млаз чине, у највећој мери, најбржи атоми сребра, зато је температура млаза већа од температуре жице. Погодним избором „танкоће“ прореза мањег цилиндра Штерн је добио да је највероватнија брзина v атома сребра у млазу једнака ефективној брзини $v_{еф}$ атома сребра који „испаравају“ са жице (налазе се унутар мањег цилиндра), тј:

$$v = v_{еф} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \; \textbf{(3п)}$$

па је температура жице

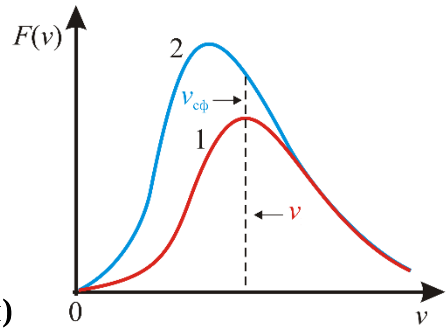
$$T = \frac{m_0 v^2}{3k} \approx 1000\ \mathrm{K}.\ \textbf{(3п)}$$

в) На основу добро познатих односа $v_{нв} : \langle v \rangle : v_{еф} = \sqrt{2} : \sqrt{8/\pi} : \sqrt{3}$ **(1п)**, највероватнија брзина атома сребра унутар мањег цилиндра износи

$$v_{нв} = \sqrt{\frac{2}{3}} v_{еф} \approx 392 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ \textbf{(2п)}$$

г)

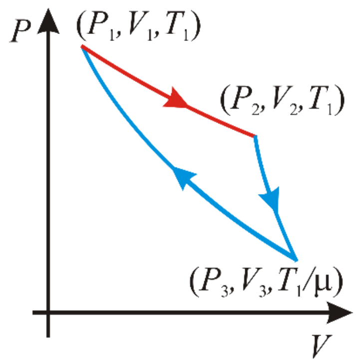
(3п)



Слика Р2.

Р3.а) За политропски процес 2-3 можемо написати да је

$$P_2V_2 = RT_1,\ \text{и}\ P_3V_3 = \frac{RT_1}{\mu} = \frac{P_2V_2}{\mu},\ \text{одакле је}\ P_2V_2 = \mu P_3 V_3.\ \textbf{(3п)}$$



Слика Р3.

Ако се искористи последња једнакост, за изотермски процес 1-2 се може написати да је

$$P_1V_1 = P_2V_2 = \mu P_3V_3.\ \textbf{(1п)}$$

Последњу једнакост можемо искористити за адијабатски процес 3-1 за који важи да је:

$$P_1V_1^{\gamma} = P_3V_3^{\gamma} \Rightarrow \frac{\mu P_3V_3}{V_1} V_1^{\gamma} = P_3V_3^{\gamma} \Rightarrow \mu V_1^{\gamma-1} = V_3^{\gamma-1} \Rightarrow V_3 = \mu^{\frac{1}{\gamma-1}} V_1.\ \textbf{(3п)}$$

Имајући све до сада написано у виду, за политропски процес 2-3 важи:

$$P_2V_2^{\alpha} = P_3V_3^{\alpha} \Rightarrow \frac{\mu P_3V_3}{V_2} V_2^{\alpha} = P_3V_3^{\alpha} \Rightarrow V_2^{\alpha-1} = \frac{1}{\mu} V_3^{\alpha-1} \Rightarrow V_2 = \mu^{-\frac{1}{\alpha-1}} V_3 \Rightarrow V_2 = \mu^{\frac{1}{\gamma-1} - \frac{1}{\alpha-1}} V_1.\ \textbf{(3п)}$$

Из последње једнакости и услова задатка $V_2 = \mu^{(C/R)} V_1$, следи да је моларни топлотни капацитет у политропском процесу дат изразом:

$$C = \left(\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{\alpha - 1} \right) R.\ \textbf{(2п)}$$

б) Ако се последњи израз напише као

$$C = \frac{(\alpha - \gamma)}{(\gamma - 1)(\alpha - 1)} R$$

лако се види да је $C < 0$ за $1 < \alpha < \gamma$ **(3п)**. Последњи резултат говори да сви процеси који се одвијају између изотерме и адијабате имају $C < 0$.

в) i) У јединичној запремини $(V = 1)$ укупан број судара износи

$$Z = \left(\pi / \sqrt{2}\right) d^2 < v > (N/V)^2 = const \Rightarrow \sqrt{T}/V^2 = const \Rightarrow TV^{-4} = const = TV^{\alpha-1}, \textbf{ (2п)}$$

одакле је $\alpha - 1 = -4$, тј. $\alpha = -3$ **(1п)**. Сада је

$$C = \left(\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{\alpha - 1}\right) R = \frac{11}{4} R. \textbf{ (2п)}$$

ii) У читавој запремини (V) укупан број судара износи

$$Z = \left(\pi / \sqrt{2}\right) V d^2 < v > (N/V)^2 = const \Rightarrow \sqrt{T}/V = const \Rightarrow TV^{-2} = const = TV^{\alpha-1}, \textbf{ (2п)}$$

одакле је $\alpha - 1 = -2$, тј. $\alpha = -1$**(1п)**. Сада је

$$C = \left(\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{\alpha - 1}\right) R = \frac{12}{4} R = 3R. \textbf{ (2п)}$$

Р4.I) Док вода не достигне температуру од $t_2 = 100\ ^\circ\mathrm{C}$, клип ће бити непокретан ($v_{\mathrm{I}} = 0$). Време загревања воде се добија као

$$\tau_1 = \frac{cm(t_2 - t_1)}{P} = 30\ \mathrm{s}. \textbf{ (3п)}$$

II) Када се достигне температура кључања притисак засићене паре воде испод клипа постаје једнак атмосферском притиску на коме је ваздух изнад клипа. Клип почиње да се креће навише тако да његов померај Δh зависи од количине воде која је испарила. За време $\Delta\tau$ у пару се претвори маса воде

$$\Delta m = \frac{P}{\lambda} \Delta\tau. \textbf{ (1п)}$$

Ова порција паре заузима запремину од

$$\Delta V = \frac{\Delta m}{M} \cdot \frac{RT}{p_0}. \textbf{ (2п)}$$

Брзина кретања клипа током испаравања воде износиће ($T = 373\ \mathrm{K}$)

$$v_{\mathrm{II}} = \frac{\Delta h}{\Delta\tau} = \frac{\Delta V}{S\Delta\tau} = \frac{PRT}{\lambda S M p_0} \approx 0{,}04\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}. \textbf{ (2п)}$$

Сва вода ће испарити за време

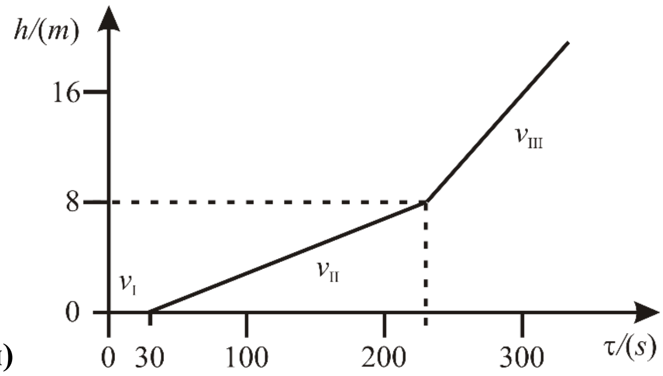
$$\tau_2-\tau_1=\frac{\lambda m}{P}\approx 203{,}4\ \mathrm{s}\text{, } \textbf{(1п)} \text{па је } h_{\mathrm{II}}=v_{\mathrm{II}}\left(\tau_2-\tau_1\right)=8{,}139\ \mathrm{m}\ \textbf{(1п)}\text{и } \tau_2=\tau_1+\frac{\lambda m}{P}\approx 233{,}4\ \mathrm{s}\text{. }\textbf{(1п)}$$

III) Након тога испод клипа биће само водена пара (троатомски гас), а њена промена запремине ΔV биће везана за промену њене температуре ΔT при константном притиску p_0 (изобарски процес):

$$\Delta T=\frac{Q}{\nu C_p}=\frac{P\Delta\tau'}{\frac{m}{M}4R}\text{, }\textbf{(2п)}\text{ тако да је } \Delta V=\frac{m}{M}\frac{R\Delta T}{p_0}=\frac{P\Delta\tau'}{4p_0}\text{, } \textbf{(2п)}$$

што даје брзину (максималну) кретања клипа од

$$v_{\mathrm{III}}=\frac{\Delta V}{S\Delta\tau'}=\frac{P}{4Sp_0}\approx 0{,}125\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\approx 3v_{\mathrm{II}}\text{. }\textbf{(2п)}$$



(3п)

Слика P4.

P5.а) Укупно издужење ова два штапа услед загревања, у слободном стању, износило би, уз услов $l_1=l_2=l$:

$$\Delta l=\Delta l_1+\Delta l_2=\left(\alpha_1 l_1+\alpha_2 l_2\right)\Delta t=\left(\alpha_1+\alpha_2\right)l\Delta t\text{. }\textbf{(2п)}$$

Ако им се дужина не мења, то значи да постоје силе које делују насупрот ширењу смањујући им дужину за исти износ Δl:

$$\Delta l=\frac{1}{E_1}l_1\frac{F}{S}+\frac{1}{E_2}l_2\frac{F}{S}=\frac{E_1+E_2}{E_1E_2}l\frac{F}{S}\text{, }\textbf{(2п)}$$

Комбинацијом ове две једначине добијамо да је

$$F=\frac{E_1E_2}{E_1+E_2}\left(\alpha_1+\alpha_2\right)S\Delta t\text{. }\textbf{(2п)}$$

б) На основу резултата претходне анализе јасно је да се може напосати да је $F = k\Delta t$, где је kкоефицијент правцазависности $F = f\left(\Delta t\right)$једнак:

$$k = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}\left(\alpha_1 + \alpha_2\right) S \,. \textbf{ (2п)}$$

Њега израчунавамо тако што, на основу података из поставке задатка и израчунатих апсолутних грешака задатих величина **(2п)**

$\Delta(\Delta t)$/(°C)	ΔF/(10^5 N)
1	0,05
2	0,10
3	0,15
4	0,20
5	0,25

нацртамо график зависности $F = f\left(\Delta t\right)$, повучемо праву која пролази кроз мерене тачке и полази из координатног почетка, и са те праве очитамо координату тачакеA изабране као на слици. Тако је

$$k = \frac{y_A}{x_A} = \frac{4,5}{90}\frac{10^5\,\mathrm{N}}{°\mathrm{C}} = 5\times 10^3\,\frac{\mathrm{N}}{°\mathrm{C}} \,, \textbf{ (2п)}$$

и

$$\Delta k = k\left(\frac{\Delta y_A}{y_A} + \frac{\Delta x_A}{x_A}\right) = 5\times 10^3\,\frac{\mathrm{N}}{°\mathrm{C}}\left(\frac{0,225}{4,5} + \frac{4,5}{90}\right) = 5\times 10^2\,\frac{\mathrm{N}}{°\mathrm{C}} \,, \textbf{ (2п)}$$

па је

$$k = \left(5,0 \pm 0,5\right)\times 10^3\,\frac{\mathrm{N}}{°\mathrm{C}} \,. \textbf{ (1п)}$$

Сада је

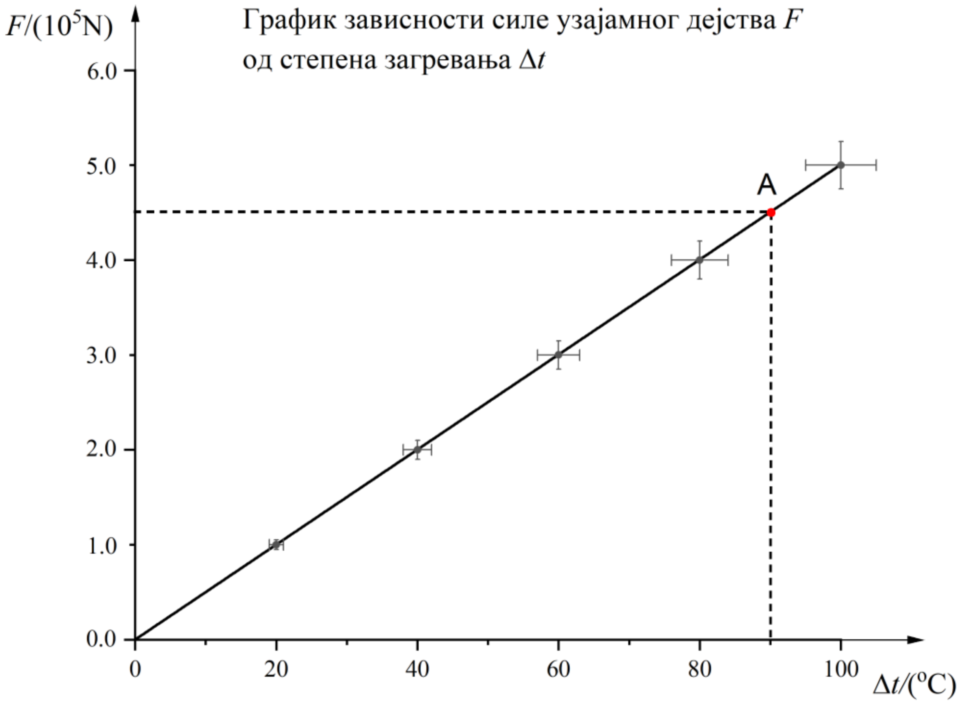
$$S = \frac{E_1 + E_2}{\left(\alpha_1 + \alpha_2\right) E_1 E_2} k = 19,324\times 10^{-4}\,\mathrm{m}^2 \,, \textbf{ (2п)}$$

и

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{\Delta k}{k} \,, \text{ тј. } \Delta S = S\frac{\Delta k}{k} = 1,9324\times 10^{-4}\,\mathrm{m}^2 \,, \textbf{ (2п)}$$

што на крају пишемо да је:

$$S = \left(19 \pm 2\right)\times 10^{-4}\,\mathrm{m}^2 \textbf{ (1п)}$$



(5п)

Негативни поени за график, између осталог за:
- Без наслова -0.5 (наслов нијe$F = F(\alpha)$)
- Лоша размера -0.5 (график заузима мање од 1/4 простора папира)
- Недостају јединице -0.5
- Унете на осе мерене бројне вредности -0.5
- Ако изабране тачке нису између 1. и 2, односно претпоследње и последње експерименталне -0.5
- Изабране тачке нису у мереном опсегу -1
- Нису нанете грешке -0.5
- Лоша размера подеока -0.5

Негативни поени за рачун, између осталог за:
- Лоша размера – за коефицијент правца 50% предвиђених бодова
- Ако нису изабране добре тачке са графика – за тражене величине 50% предвиђених бодова
- Лоше заокруживање резултата или грешке, по -0.5 поена.
- Коришћење експерименталних тачака уместо тачака са графика не доноси поене, осим поена за линеаризацију.

НАПОМЕНА: Пошто график пролази кроз координатни почетак (сигурна тачка је 0,0) довољна је једна неекспериментална тачка (B), између претпоследње и последње експерименталне тачке, за одређивање коефицијента правца (грешка овог одређивања је мања). Прихватају се решења и са једном и са две неексперименталне тачке.