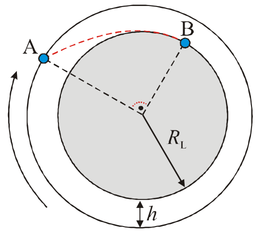
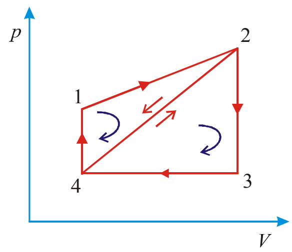
ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
II разред
Задаци за републичко такмичење из физике
ученика средњих школа школске 2007/2008. године
9. мај 2008. године

1. Космички брод масе $M = 1{,}2 \times 10^4$ kg креће се око Месеца по кружној орбити на висини $h = 100$ km у смеру приказаном стрелицом на слици, док се његов матични брод креће око Месеца по кружној орбити на висини $h_1 = R_L$, где је $R_L = 1700$ km полупречник Месеца. Убрзање силе месечеве теже је g_L = 1,7 m/s^2. а) Да би се спустио на Месец космички брод за врло кратко време укључује корекционе моторе из којих истичу гасови брзином $u = 10^4$ m/s. Колику масу ракетног горива m треба утрошити током рада корекционих мотора (раде у смеру ка центру Месеца) да би, по престанку њиховог рада, брод из тачке А слетео на површину Месеца у тачку В (види слику)? б) Колику минималну почетну брзину v_{0B} треба саопштити космичком броду да би из тачке В са површине Месеца доспео до кружне орбите матичног брода и спојио се са њим уз минимум корекција смера кретања? Како би требало да изгледа путања космичког брода од тачке В до тачке достизања кружне орбите матичног брода? **(20 п)**

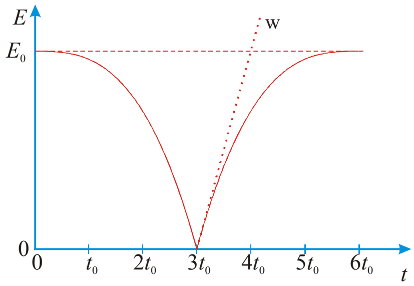


а)

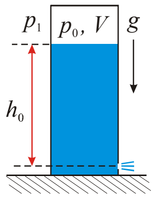
2. Коефицијент корисног дејства циклуса 1-2-4-1 износи $\eta_1 = 0{,}2$ а циклуса 2-3-4-2 износи $\eta_2 = 0{,}3$. Делови 4-1 и 2-3 су изохоре, део 3-4 је изобара, а делови 1-2 и 2-4 представљају линеарну зависност притиска од запремине (види слику). Оба циклуса се врше у смеру казаљке на сату. Радно тело је идеални гас. Изразите коефицијент корисног дејства циклуса 1-2-3-4-1 као функцију η_1 и η_2 и израчунајте га. **(14 п)**



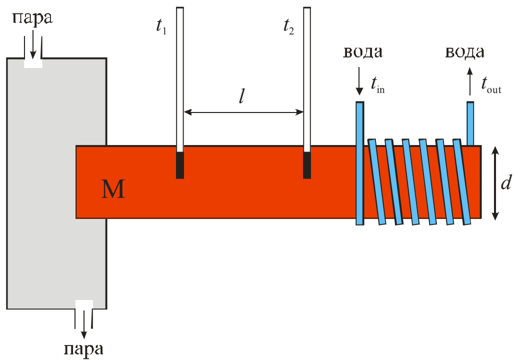
3. Мерењем зависности јачине електричног поља E од времена посматрања t у некој тачки простора добијен је график $E = f(t)$ приказан на слици. Мерено поље потиче од два идентична тачкаста наелектрисања $Q_1 = Q_2$ од којих је једно непокретно и налази се на растојању $d = 1$ cm од тачке посматрања, а друго се креће праволинијски константном брзином v без промене правца и смера кретања. а) Израчунајте вредности количина наелектрисања Q_1 и Q_2; б) израчунајте минимално растојање d_{min} од покретног наелектрисања до тачке у којој меримо поље; в) користећи се датим графиком процените брзину покретног наелектрисања v. Дато је $E_0 = 10^{-3}$ N/C, $1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \times 10^9$ m/F и $t_0 = 1$ min. Са w је на графику означена тангента функције $E = f(t)$ у тачки $t = 3t_0$. Брзина кретања наелектрисања је таква да у сваком тренутку мерења поље можемо сматрати електростатичким. **(20 п)**



4. Цилиндричну посуду чврстих топлотнопропусних зидова површине попречног пресека $S = 3{,}8 \times 10^{-3}$ m^2 делимично напунимо водом, затворимо на атмосферском притиску p_0 тако да у њој остане $V = 1{,}5 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}^3$ ваздуха, и однесемо је на врх планине где је притисак $p_1 = 0{,}88 p_0$. Затим при дну цилиндра пробијемо мали отвор на $h_0 = 10\ \mathrm{cm}$ испод нивоа воде у њему. Сматрајући истицање воде стационарним, воду нестишљивом и њено кретање без трења: а) израчунајте вредност брзине истицања воде кроз отвор непосредно по његовом пробијању; б) ако претпоставите да је ваздух идеалан гас, изведите једначину за промену притиска ваздуха у боци као функцију висине нивоа воде h изнад отвора; в) изведите једначину брзине истицања воде као функцију висине нивоа воде h изнад отвора. Атмосферски притисак је $p_0 = 10^5\ \mathrm{N/m^2}$. Убрзање силе земљине теже је $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$. Густина воде износи $\rho = 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$. **(20 п)**



5. Апаратура која се може користити за мерење коефицијента топлотне проводљивости λ у чврстом телу састоји се (види слику) од цилиндричног металног штапа M одређене дебљине d чији се један крај греје паром, док се други крај хлади водом. Два живина термометра (са подеоцима од $0{,}1\ ^\circ\mathrm{C}$) која мере температуре t_1 и t_2 постављена су дуж штапа на међусобном растојању $l = 7{,}5\ \mathrm{cm}$, а друга два истоветна термометра (нису представљени на слици) користе се за мерење температуре воде на улазу (t_{in}) и излазу (t_{out}) цеви за хлађење. Приликом успостављања равнотеже може се претпоставити да се сва топлота која протекне кроз штап искористи за загревање воде за хлађење. Количина топлоте q која протекне у јединици времена кроз штап може се добити користећи једначину



$$q = \frac{\lambda S (t_1 - t_2)}{l} = \frac{\lambda S \Delta t_{12}}{l},$$

где је S површина попречног пресека штапа а λ коефицијент топлотне проводљивости метала. На основу података који су вам дати у табели, израчунајте графичким путем $\left(q = f(\Delta t_{12})\right)$ коефицијент топлотне проводљивости λ метала. Специфични топлотни капацитет воде је $c_{\mathrm{H_2O}} = 4{,}18\ \mathrm{J/(g \cdot K)}$, а њена густина $\rho_{\mathrm{H_2O}} = 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$. Запремина воде која протекне кроз цев за хлађење у току $1\ \mathrm{min}$ износи $V = 63\ \mathrm{cm^3}$. **(26 п)**

d/[cm]				t_1/[°C]	t_2/[°C]	t_{in}/[°C]	t_{out}/[°C]
2,53	2,53	2,54	2,53	20,5	18,1	14,7	16,1
2,54	2,53	2,52	2,53	24,6	20,6	14,7	17,0
2,53	2,53	2,53	2,54	28,4	22,9	14,7	17,8
2,53	2,53	2,53	2,53	32,2	25,1	14,7	18,7
2,54	2,53	2,53	2,52	36,3	27,6	14,7	19,5
2,53	2,52	2,54	2,53	38,8	28,5	14,7	20,5

Задатке припремила: ***Маја Рабасовић,***
Институт за физику, Београд-Земун
Рецензент: ***др Драган Маркушев,***
Институт за физику, Београд-Земун
Председник Комисије за такмичење: ***др Мићо Митровић,***
Физички факултет, Београд

ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
II разред
Решења задатака за републичко такмичење из физике
ученика средњих школа школске 2007/2008. године
9. мај 2008. године

P1. а) До тренутка када су се укључили корекциони мотори брзина кретања космичког брода по кружној орбити око Месеца износила је v_h и њу можемо израчунати на следећи начин:

$$Ma = M\frac{v_h^2}{R_\mathrm{L}+h} = \gamma\frac{MM_\mathrm{L}}{\left(R_\mathrm{L}+h\right)^2} = \frac{\gamma M_\mathrm{L}}{R_\mathrm{L}^2}\cdot\frac{MR_\mathrm{L}^2}{\left(R_\mathrm{L}+h\right)^2} = g_\mathrm{L}\cdot\frac{MR_\mathrm{L}^2}{\left(R_\mathrm{L}+h\right)^2}\,,\ \textbf{(0,5 п)}$$

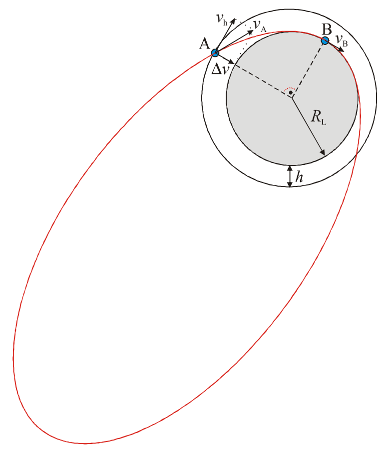
где је M_L маса Месеца. Из последње једначине се добија да је

$$v_h = \sqrt{g_\mathrm{L}\cdot\frac{R_\mathrm{L}^2}{R_\mathrm{L}+h}}\,.\ \textbf{(0,5 п)}$$

По престанку рада корекционих мотора космичком броду је повећана брзина и он почиње да се креће по елиптичној путањи (види слику) **(2 п)** тако да је тачка B перихел те путање. Закон одржања енергије приликом преласка космичког брода из тачке A у тачку B можемо записати у облику

$$\frac{(M-m)v_\mathrm{A}^2}{2} - \gamma\frac{(M-m)M_\mathrm{L}}{R_\mathrm{L}+h} = \frac{(M-m)v_\mathrm{B}^2}{2} - \gamma\frac{(M-m)M_\mathrm{L}}{R_\mathrm{L}}\,,\ \textbf{(1 п)}$$

где је v_A брзина космичког брода непосредно после престанка рада корекционих мотора (у правцу тангенте на нову путању брода **(1,5 п)**, види слику) а v_B је брзина космичког брода непосредно пред спуштање на месечево тло. Нека је компонента брзине коју добија брод услед дејства корекционих мотора Δv. Пошто је вектор Δv нормалан на вектор v_h (види слику), онда је



$$v_\mathrm{A} = \sqrt{v_h^2 + \Delta v^2}\,.\ \textbf{(1 п)}$$

што даје

$$\frac{(M-m)\left(v_h^2+\Delta v^2\right)}{2} - \gamma\frac{(M-m)M_\mathrm{L}}{R_\mathrm{L}+h} = \frac{(M-m)v_\mathrm{B}^2}{2} - \gamma\frac{(M-m)M_\mathrm{L}}{R_\mathrm{L}}\,.\ \textbf{(0,5 п)}$$

Користећи се другим Кеплеровим законом, за мали временски интервал, можемо да напишемо да је (види слику)

$$\frac{1}{2}\left(R_{\mathrm{L}}+h\right)v_h\Delta t=\frac{1}{2}R_{\mathrm{L}}v_{\mathrm{B}}\Delta t\ .\ \textbf{(2 п)}$$

Из горњих једначина се добија да је

$$\Delta v^2=g_{\mathrm{L}}\cdot\frac{\left(2R_{\mathrm{L}}+h\right)h}{R_{\mathrm{L}}+h}-2g_{\mathrm{L}}\left(\frac{R_{\mathrm{L}}h}{R_{\mathrm{L}}+h}\right)=\frac{g_{\mathrm{L}}h}{R_{\mathrm{L}}+h}\cdot\left(2R_{\mathrm{L}}+h-2R_{\mathrm{L}}\right)=\frac{g_{\mathrm{L}}h^2}{R_{\mathrm{L}}+h}\ ,\ \textbf{(1 п)}$$

што даје

$$\Delta v=\sqrt{\frac{g_{\mathrm{L}}h^2}{R_{\mathrm{L}}+h}}=h\sqrt{\frac{g_{\mathrm{L}}}{R_{\mathrm{L}}+h}}\approx 97\mathrm{m/s}\ .\ \textbf{(1 п)}$$

Пошто су корекциони мотори радили јако кратко, можемо искористити закон одржања импулса у облику

$$\left(M-m\right)\cdot\Delta v=mu\ ,\ \Rightarrow\ m\left(u+\Delta v\right)=M\Delta v\ \ \textbf{(1 п)}$$

одакле је тражена маса горива

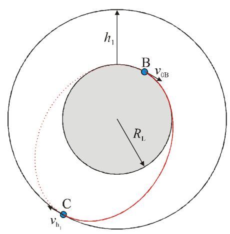
$$\boxed{m=\frac{M\Delta v}{u+\Delta v}\approx\frac{M\Delta v}{u}=\frac{1{,}2\cdot 10^4\mathrm{kg}\cdot 97\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{10^4\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}\approx 116\ \mathrm{kg}.}\ \textbf{(2 п)}$$

б) По услову задатка, космички брод мора достићи висину орбите матичног брода $h_1=R_{\mathrm{L}}$, и његова брзина на тој висини мора по интензитету бити једнака брзини орбитирања матичног брода v_{h_1} на истој висини, која се добија коришћењем једначине:

$$M_M a=M_M\frac{v_{h_1}^2}{2R_{\mathrm{L}}}=\gamma\frac{M_M M_{\mathrm{L}}}{\left(2R_{\mathrm{L}}\right)^2}=\frac{\gamma M_{\mathrm{L}}}{R_{\mathrm{L}}^2}\cdot\frac{M_M R_{\mathrm{L}}^2}{\left(2R_{\mathrm{L}}\right)^2}=g_{\mathrm{L}}\cdot\frac{M_M R_{\mathrm{L}}^2}{\left(2R_{\mathrm{L}}\right)^2}\ ,\ \textbf{(0,5 п)}$$

где је M_M маса матичног брода. Из последње једначине следи да је

$$v_{h_1}^2=g_{\mathrm{L}}\cdot\frac{R_{\mathrm{L}}}{2}\ .\ \textbf{(0,5 п)}$$



Пошто се космичком броду саопшти минимална почетна брзина $v_{0\mathrm{B}}$ за достизање орбите матичног брода у правцу тангенте на замишљену путању, он почиње да се креће по елиптичној путањи, тако да полазна тачка B те путање представља перихел, а тачка додира C са кружном путањом матичног брода представља афел те путање (види слику) **(2 п)**. Закон одржања енергије приликом преласка космичког брода из тачке B до орбите матичног брода ($h_1=R_{\mathrm{L}}$) можемо записати у облику

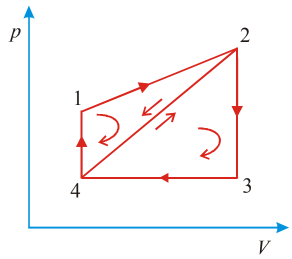
$$\frac{(M-m)v_{0B}^2}{2}-\gamma\frac{(M-m)M_{\mathrm{L}}}{R_{\mathrm{L}}}=\frac{(M-m)v_{h_1}^2}{2}-\gamma\frac{(M-m)M_{\mathrm{L}}}{2R_{\mathrm{L}}}\text{, } \mathbf{(0{,}5\ п)}$$

па заменом добијеног израза за v_{h_1} и сређивањем ове једначине добијамо тражену минималну почетну брзину v_{0B} космичког брода у тачки B на површини Месеца

$$\boxed{v_{0B}=\sqrt{\frac{3g_{\mathrm{L}}R_{\mathrm{L}}}{2}}=\sqrt{\frac{3\cdot 1{,}7\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 1700\cdot 10^3\,\mathrm{m}}{2}}\approx 2{,}1\times 10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.}\ \mathbf{(1\ п)}$$

Правац и интензитет брзине брода v_{h_1} у тачки C се поклапају са правцем и интензитетом брзине матичног брода, тако да су потребне мале корекције смера v_{h_1} брода у тренутку достизања тачке C да би се он припојио матичном броду (наравно време достизања тачке C треба ускладити са временом доласка матичног брода у исту тачку). Најповољнија ситуација за спајање космичког и матичног брода на кружној орбити је када им се правци и смерови брзина поклапају. **(1,5 п)**

P2. Анализирајмо прво циклус 1-2-4-1. На делу 1-2 гасу доводимо количину топлоте Q_1 **(1 п)**. На делу 2-4 одводимо количину топлоте Q_2 **(1 п)**. На изохорском делу 4-1 гасу доведемо количину топлоте Q_3 **(1 п)**. Ако рад који је извршио гас у том циклусу означимо са A_1, онда је коефицијент корисног дејства овог циклуса



$$\eta_1=\frac{A_1}{Q_1+Q_3}.\ \mathbf{(1\ п)}$$

Са друге стране је

$$\eta_1=1-\frac{Q_2}{Q_1+Q_3},\ \mathbf{(1\ п)}$$

одакле налазимо да је

$$Q_2=(1-\eta_1)\cdot(Q_1+Q_3).\ \mathbf{(1\ п)}$$

Сада анализирајмо циклус 2-3-4-2. На деловима 2-3 и 3-4 одводи се топлота **(1 п)**. На делу 4-2 се доводи гасу количина топлоте, очигледно Q_2 **(1 п)**. Коефицијент корисног дејства датог циклуса једнак је

$$\eta_2=\frac{A_2}{Q_2},\ \mathbf{(1\ п)}$$

где је A_2 рад који изврши гас у том циклусу. Искористивши израз за Q_2 можемо написати да је

$$\eta_2 = \frac{A_2}{(1-\eta_1)\cdot(Q_1+Q_3)}. \textbf{ (1 п)}$$

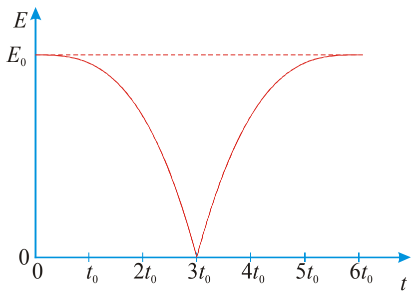
Коефицијент корисног дејства циклуса 1-2-3-4-1 једнак је

$$\eta_3 = \frac{A_1 + A_2}{Q_1+Q_3}. \textbf{ (1 п)}$$

Ако искористимо изразе за A_1 и A_2 преко коефицијената корисног дејства добићемо

$$\boxed{\eta_3 = \frac{(Q_1+Q_3)\cdot\eta_1+\eta_2\cdot(1-\eta_1)\cdot(Q_1+Q_3)}{Q_1+Q_3} = \eta_1+\eta_2-\eta_1\cdot\eta_2 = 0{,}2+0{,}3-0{,}2\cdot0{,}3 = 0{,}44.} \textbf{ (3 п)}$$

Р3. Посматрајући дати график $E = f(t)$ можемо закључити да на почетку мерења $t = 0$ и за велике вредности времена посматрања t вредност јачине поља E достиже свој максимум E_0. То значи да у мерној тачки поље потиче само од непокретног наелектрисања **(1 п)**, а покретно је јако далеко **(1 п)**. Како се покретно наелектрисање приближава мерној тачки, тако се укупно поље смањује **(1 п)**. График је симетричан и гладак а кретање покретног наелектрисања је праволинијско константном брзином без промене правца и смера кретања (што је и услов задатка). На основу Кулоновог закона следи да је



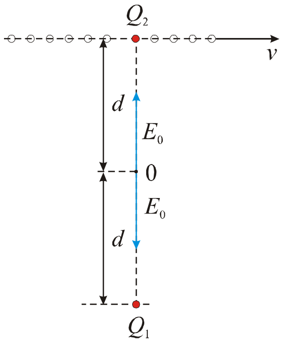
$$E_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|Q_1|}{d^2}, \textbf{ (1 п)}$$

одакле је

$$\boxed{|Q_1| = 4\pi\varepsilon_0 d^2 E_0 = \frac{1}{9\times10^9}\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{Nm}^2}\cdot\left(10^{-2}\ \mathrm{m}\right)^2\cdot10^{-3}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = 1{,}1\times10^{-17}\ \mathrm{C}.} \textbf{ (2 п)}$$

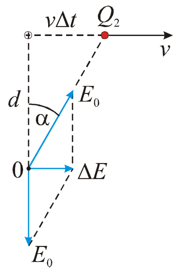
Пошто су наелектрисања идентична, из услова задатка следи да је $Q_1 = Q_2$ **(1 п)**. Знак може бити произвољан јер се из услова задатка не може одредити **(1 п)**.

б) Са графика се јасно види да је за вредност $t = 3t_0$ вредност измерене јачине поља једнака нули. Због услова идентичности наелектрисања овај случај је могућ само онда када се покретно наелектрисање, крећући се праволинијски, у датом тренутку нађе на истом растојању од тачке посматрања као и непокретно наелектрисање, и то на правој која пролази истовремено кроз оба наелектрисања Q_1 и Q_2 и кроз мерну тачку 0 (види слику)



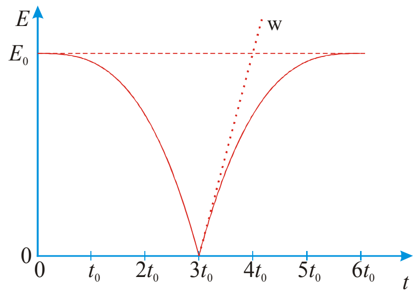
(2 п). У том случају имамо симетричну расподелу наелектрисања око мерне тачке, а растојање између Q_1 и Q_2 је $2d$. Тако закључујемо да је минимално растојање покретног наелектрисања од мерне тачке једнако $\boxed{d_{\min} = d = 1\,\mathrm{cm}}$. **(2 п)**

в) Да би одредили брзину кретања покретног наелектрисања Q_2 нађимо прво јачину поља овог система за време Δt непосредно после проласка $d_{\min}$ (претпоставимо нпр. да су наелектрисања негативна). За дато време Δt покретно наелектрисање ће прећи пут $v\Delta t$ (види слику), а поље ће порасти за вредност



$$\Delta E \approx E_0 \sin\alpha \approx E_0\alpha \approx E_0 \frac{v\Delta t}{d}. \textbf{ (2 п)}$$

Са друге стране, са добијеног графика имамо тангенту w функције $E = f(t)$ у тачки $t = 3t_0$. Нагиб те тангенте одређен је односом $\Delta E / \Delta t$. Са графика се може лако проценити да је



$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{E_0 - 0}{4t_0 - 3t_0} = \frac{E_0}{t_0}, \textbf{ (2 п)}$$

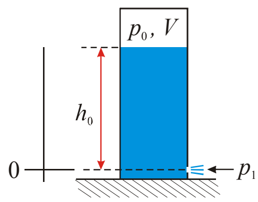
а то се може написати, имајући у виду претходне две једначине, и као

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{E_0 v}{d} = \frac{E_0}{t_0} \textbf{ (2 п)}$$

одакле следи да је процењена брзина кретања покретног наелектрисања

$$\boxed{v = \frac{d}{t_0} = \frac{10^{-2}\,\mathrm{m}}{60\,\mathrm{s}} \approx 1{,}67 \times 10^{-4}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.} \textbf{ (2 п)}$$

P4. а) У тренутку пробијања отвора при дну цилиндра притисак ваздуха у њему је атмосферски p_0, а са спољашње стране цилиндра је $p_1 = 0{,}88 p_0$. На основу Бернулијеве једначине можемо написати да је



$$p_0 + \rho g h_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 = p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2. \textbf{ (1 п)}$$

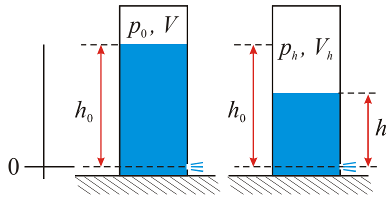
У тренутку пробијања отвора $v_0 = 0$ и $h_1 = 0$, па је

$$p_0 + \rho g h_0 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2, \textbf{ (2 п)}$$

одакле је

$$\boxed{v_1 = \sqrt{2\left[\frac{(p_0 - p_1)}{\rho} + gh_0\right]} = \sqrt{2\left[\frac{0{,}12\cdot 10^5\ \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{10^3\ \dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} + 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0{,}1\,\mathrm{m}\right]} \approx 5{,}1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.}\ \textbf{(3 п)}$$

б) По пробијању отвора ниво воде у цилиндру почиње полако да опада, а уједно са тим и притисак ваздуха у цилиндру почиње полако да се смањује. Ако смо претпоставили да је ваздух идеалан гас и зидови цилиндра топлотнопропусни, температура ваздуха у цилиндру је приближно константна **(3 п)** па важи



$$p_0 V = p_h V_h\text{,}\ \textbf{(1 п)}$$

где се p_h и V_h притисак и запремина ваздуха у цилиндру када је вода у њему у току истицања кроз отвор на некој висини h од отвора. Ако са S обележимо површину попречног пресека цилиндра можемо да пишемо да је запремина ваздуха V_h за неку висину h дата као

$$V_h = S(h_0 - h) + V\text{,}\ \textbf{(2 п)}$$

па је зависност притиска ваздуха унутар цилиндра од висине воде h изнад пробијеног отвора дата као

$$\boxed{p_h = p_0\frac{V}{V_h} = \frac{p_0 V}{S(h_0 - h) + V}.}\ \textbf{(3 п)}$$

в) Да би добили једначину брзине истицања воде као функцију висине нивоа воде h изнад отвора напишимо Бернулијеву једначину у облику

$$\frac{p_0 V}{S(h_0 - h) + V} + \rho g h = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_{1h}^2\text{,}\ \textbf{(2 п)}$$

одакле добијамо да је

$$\boxed{v_{1h} = \sqrt{2\left[\frac{\left(\dfrac{p_0 V}{S(h_0 - h) + V} - p_1\right)}{\rho} + gh\right]}.}\ \textbf{(3 п)}$$

Р5. Из услова задатка можемо да пишемо да је

$$\frac{mc_{\mathrm{H_20}}\left(t_{\mathrm{out}}-t_{\mathrm{in}}\right)}{\Delta\tau}=q=\frac{\lambda S\left(t_1-t_2\right)}{l}\text{. } \mathbf{(1\ п)}$$

Прво израчунамо q за сваку мерну тачку по формули

$$q=\frac{mc_{\mathrm{H_20}}\left(t_{\mathrm{out}}-t_{\mathrm{in}}\right)}{\Delta\tau}=\frac{\rho Vc_{\mathrm{H_20}}\Delta t_{\mathrm{io}}}{60\ \mathrm{s}}\text{, } \mathbf{(1\ п)}$$

уз грешку $(\Delta V=0)$,

$$\Delta q=q\cdot\left(\frac{\Delta\left(\Delta t_{\mathrm{io}}\right)}{\Delta t_{\mathrm{io}}}+\frac{\Delta V}{V}\right)=q\cdot\frac{\Delta\left(\Delta t_{\mathrm{io}}\right)}{\Delta t_{\mathrm{io}}}\text{, } \mathbf{(1\ п)}$$

где је, на основу услова задатка,

$$\Delta\left(\Delta t_{\mathrm{io}}\right)=\Delta t_{\mathrm{in}}+\Delta t_{\mathrm{out}}=0{,}1^{\circ}\,\mathrm{C}+0{,}1^{\circ}\,\mathrm{C}=0{,}2\ ^{\circ}\mathrm{C}\text{. } \mathbf{(1\ п)}$$

Исто можемо да напишемо и да је

$$\Delta\left(\Delta t_{12}\right)=\Delta t_1+\Delta t_2=0{,}1^{\circ}\,\mathrm{C}+0{,}1^{\circ}\,\mathrm{C}=0{,}2\ ^{\circ}\mathrm{C}\text{. } \mathbf{(1\ п)}$$

Средња вредност пречника цилиндра се рачуна по формули

$$<d>=\frac{d_1+d_2+d_3+d_4}{4}\text{, } \mathbf{(1\ п)}$$

а грешку $\Delta<d>$ добијамо као максимално одступање од средње вредности **(1 п)**.

Сада, на основу добијених података, можемо да формирамо табелу **(6 п)**

Свака колона вреди **0,75 п** а свака израчуната вредност **0,125 п**

$\frac{\Delta t_{\mathrm{io}}}{[^{\circ}\mathrm{C}]}$	$\frac{\Delta(\Delta t_{\mathrm{io}})}{[^{\circ}\mathrm{C}]}$	$\frac{q}{[\mathrm{J/s}]}$	$\frac{\Delta q}{[\mathrm{J/s}]}$	$\frac{\Delta t_{12}}{[^{\circ}\mathrm{C}]}$	$\frac{\Delta(\Delta t_{12})}{[^{\circ}\mathrm{C}]}$	$\frac{<d>}{[\mathrm{cm}]}$	$\frac{\Delta<d>}{[\mathrm{cm}]}$
1,4	0,2	6,1	0,9	2,4	0,2	2,53	0,01
2,3	0,2	10,1	0,9	4,0	0,2	2,53	0,01
3,1	0,2	13,6	0,9	5,5	0,2	2,53	0,01
4,0	0,2	17,6	0,9	7,1	0,2	2,53	0,01
4,8	0,2	21,1	0,9	8,7	0,2	2,53	0,01
5,8	0,2	25,5	0,9	10,3	0,2	2,53	0,01

Следећи корак је цртање графика зависности количине топлоте q која протекне кроз штап у јединици времена од разлике температура t_1 и t_2 тј. $q=f\left(\Delta t_{12}\right)$.

Узевши у обзир једначину из поставке задатка добијамо да је

$$q = \frac{\lambda S(t_1 - t_2)}{l} = \frac{\lambda S \Delta t_{12}}{l} = k\Delta t_{12}\text{, } \mathbf{(1\ п)}$$

где је k коефицијент правца графика $q = f(\Delta t_{12})$. Када нацртамо поменути график, узмемо две тачке са праве и то тако да прву тачку узимамо између прве две **(0,5 п)** A(7,5 J/s, 3,0 $^\circ$C), а другу између последње две експерименталне тачке **(0,5 п)** B(25,0 J/s, 10,0 $^\circ$C). На основу њих добијамо коефицијент правца праве

$$k = \frac{q_B - q_A}{(\Delta t_{12})_B - (\Delta t_{12})_A} = \frac{(25{,}0 - 7{,}5)}{(10{,}0 - 3{,}0)}\frac{\text{J/s}}{^\circ\text{C}} = \frac{17{,}5}{7}\frac{\text{J}}{\text{s}^\circ\text{C}} = 2{,}5\frac{\text{J}}{\text{s}^\circ\text{C}}. \ \mathbf{(1\ п)}$$

Грешка коефицијента правца износи

$$\Delta k = k\left(\frac{\Delta q_A + \Delta q_B}{q_B - q_A} + \frac{\Delta Q_A + \Delta Q_B}{Q_B - Q_A}\right) = 2{,}5\frac{\text{J}}{\text{s}^\circ\text{C}}\left(\frac{0{,}9 + 0{,}9}{17{,}5} + \frac{0{,}2 + 0{,}2}{7{,}0}\right) = 0{,}4\frac{\text{J}}{\text{s}^\circ\text{C}}. \ \mathbf{(1\ п)}$$

Сада је

$$\boxed{k = (2{,}5 \pm 0{,}4)\frac{\text{J}}{\text{s}^\circ\text{C}}} \ \mathbf{(1\ п)}$$

На основу

$$\frac{\lambda S}{l} = k, \ \mathbf{(1\ п)}$$

можемо да пишемо да је, уз $S = \pi\frac{<d>^2}{4}$,

$$\lambda = \frac{kl}{S} = \frac{2{,}5\frac{\text{J}}{\text{s}^\circ\text{C}}\cdot 7{,}5\,\text{cm}}{3{,}14\cdot\frac{(2{,}53)^2}{4}\text{cm}^2} = 3{,}728\frac{\text{J}}{\text{s}\cdot^\circ\text{C}\cdot\text{cm}} = 372{,}8\frac{\text{W}}{^\circ\text{C}\cdot\text{m}}. \ \mathbf{(1\ п)}$$

Грешка коефицијента топлотне проводљивости износи, уз $\frac{\Delta S}{S} = 2\frac{\Delta <d>}{<d>}$,

$$\Delta\lambda = \lambda\left(\frac{\Delta k}{k} + 2\frac{\Delta <d>}{<d>}\right) = 372{,}8\frac{\text{W}}{^\circ\text{C}\cdot\text{m}}\cdot\left(\frac{0{,}4}{2{,}5} + \frac{0{,}02}{2{,}53}\right) = 62{,}6\frac{\text{W}}{^\circ\text{C}\cdot\text{m}}, \ \mathbf{(1\ п)}$$

па је на крају

$$\boxed{\lambda = (370 \pm 70)\frac{\text{W}}{^\circ\text{C}\cdot\text{m}} = (37 \pm 7)\times 10^1\frac{\text{W}}{^\circ\text{C}\cdot\text{m}}.} \ \mathbf{(1\ п)}$$

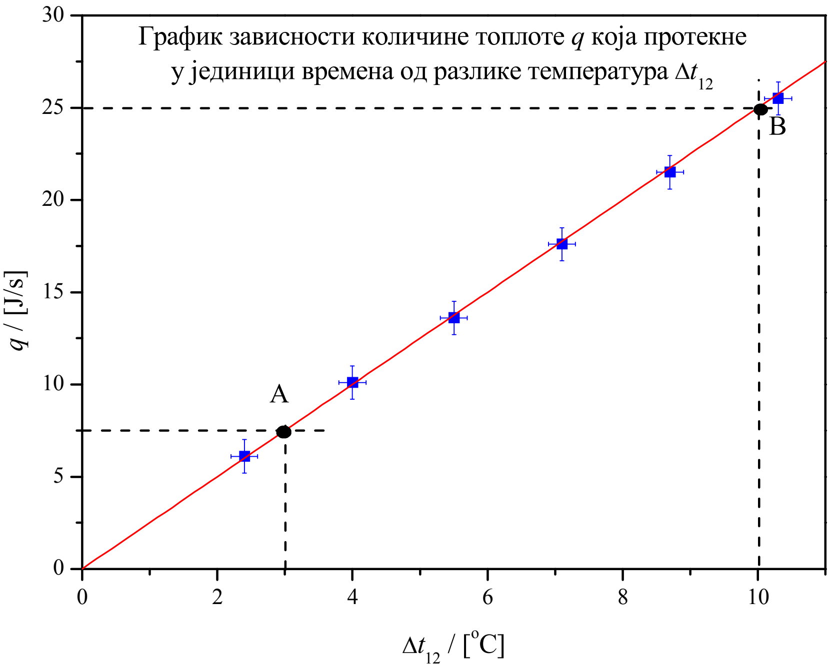


График зависности количине топлоте q која протекне
у јединици времена од разлике температура Δt12
q / [J/s]
Δt12 / [°C]
A
B
0
5
10
15
20
25
30
0
2
4
6
8
10

График **(4 п)**