ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2022/2023. ГОДИНЕ.

I РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА Алфа

ОКРУЖНИ НИВО
18.03.2023.

1. Угаоне брзине сатне и минутне казаљке су редом $\omega_s = \frac{2\pi}{17h}$**[1п]**и $\omega_m = \frac{2\pi}{1h}$**[1п]**.Означимо са φ_sоштар угао који гради сатна казаљка са положајем казаљки који одговара времену од тачно $17\ h$ („поноћ" на Урану), а са θоштар угао између сатне и минутне казаљкеу тренутку када је Вида почела да ради задатке. До тренутка када је Вида завршила израду задатака прошло је t времена, а пошто су казаљке замениле места важе релације $\theta = \omega_s t$**[2п]**и$2\pi \cdot k - \theta = \omega_m t$**[4п]**, где је $k = 5$**[1п]**зато што је прошло мање од $5\ h$, а више од $4\ h$. Решавањем једначина долази се до времена $t = \frac{2\pi \cdot 5}{\omega_m + \omega_s} = \frac{5 \cdot 17}{18} h \approx 4.72h \approx 4h\ 43min\ 20s$ и угла $\theta = \frac{2\pi \cdot 5 \cdot \omega_s}{\omega_m + \omega_s} = \frac{5}{18} \cdot 2\pi\ rad$**[1п]**. Вида је израду задатака започела у τ. То значи да је положај сатне казаљке одређен са $\varphi_s = \omega_s \tau$**[2п]**, а положај минутне казаљке одређен са $2\pi \cdot l + \varphi_s + \theta = \omega_m \tau$**[4п]**, где је $l = 6$**[1п]** зато што је израда задатака започета између $6\ h$ и $7\ h$. Добија се тражено време $\tau = \frac{2\pi \cdot (11\omega_s + 5\omega_m)}{{\omega_m}^2 - {\omega_s}^2} = \frac{17 \cdot 113}{16 \cdot 18}\ h \approx 6.67h \approx 6h\ 40min\ 12s$**[2п +1п]**. Вида је завршила израду задатака око $11h\ 23min\ 32s$.

   Напомена: Сем бројне вредности за тражено време τ, ни једна друга бројна вредност се не бодује.

2. Обележимо избројана поља са n_1и n_2, а времена са t_1 и t_2. Тада важе релације $N = n_1 + n_2$ (1) **[1п]** и $t = t_1 + t_2$ (2)**[1п]**. Нека је Драганова брзина, у првом случају у односу на покретну траку, у другом случају у односу на земљу иста и обележена са v, док је брзина покретне траке у односу на земљу обележена са u. Крећући се по покретној траци, Драган прешао пут L у односу на земљу те важи $(u + v) \cdot t_1 = L$ (3)**[3п]**. Током кретања избројао је сва поља која одговарају његовом пређеном путу у односу на траку $v \cdot t_1 = n_1 \cdot l$ (4)**[3п]**. Аналогно, при повратку прешао је исти пут у односу на Земљу $v \cdot t_2 = L$ (5)**[3п]**, а избројао је сва поља која су прошла поред њега $(u + v) \cdot t_2 = n_2 \cdot l$ (6)**[3п]**. Из једначина (1), (2), (4) и (6) можемо добити да важи $N = v \cdot \frac{t}{l} + u \cdot \frac{t_2}{l}$. Сабирајући једначине (3) и (5) добија се слична једначине $2 \cdot \frac{L}{l} = v \cdot \frac{t}{l} + u \cdot \frac{t_1}{l}$. Сабирајући последње две једначине долази се до $2v + u = \frac{Nl + 2L}{t}$ (7). Из једначина (2), (3), (5) и (7) можемо добити још једну једначину $v \cdot (v + u) = \frac{L}{t} \cdot \frac{Nl + 2L}{t}$ (8). Множећи једначину (8) са 2, једначину (7) са v може се изразити Драганова брзина преко брзине траке $v = \frac{2\frac{L}{t} \cdot \frac{Nl + 2L}{t}}{u + \frac{Nl + 2L}{t}}$. Заменом у једначину (7) долази се до тражене брзине траке $u = \sqrt{\frac{(Nl)^2 - (2L)^2}{t^2}} = 0.625\ \frac{m}{s}$**[5п+1п]**.

3. Тело се наизменично креће константном брзином и равномерно успорено убрзањем $a = \mu \cdot g$**[1п]**. До заустављања, посматрајући само делове пута на којима успорава,тело пређе укупно αхрапавих делова и важи $\alpha = \frac{v_0^2}{2l\mu g} = 4$**[2п]**, што значи да ће се тело зауставити на самом крају четвртог храпавог дела пута. На сваком i-том глатком делу пута тело се креће константном брзином v_{0i}и прелази га са време $\Delta\tau_i = \frac{l}{v_{0,i}}$ (1)**[2п]**. Иста брзина $v_{0,i}$ је и почетна на следећем, i-том храпавом делу пута, а $v_{0,i+1}$ је крајња брзина на i-том храпавом, а почетна на , $i + 1$-ом глатком делу пута. За њих важи релација ${v_{0,i+1}}^2 = {v_{0,i}}^2 - 2l\mu g$ (2)**[3п]**. Одредивши брзину $v_{0,i+1}$ на основу претходне $v_{0,i}$, може се одредити време кретања на i-том храпавом делу пута $\Delta t_i = \frac{v_{0,i} - v_{0,i+1}}{\mu \cdot g}$ (3) **[2п]**. Како је позната брзина на почетку кретања $v_{01} = v_0$применом релација (1), (2) и (3) добијају потребне вредности за

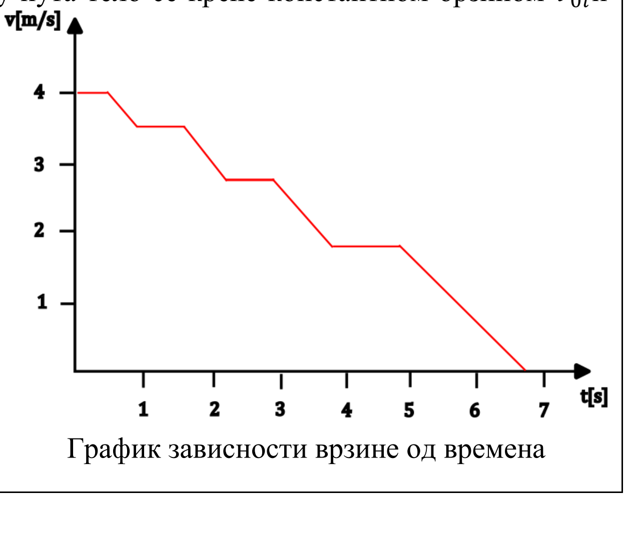

График зависности врзине од времена

цртање графика:$\Delta\tau_1 = \frac{l}{v_0} = \frac{\sqrt{4}}{4}s = 0.5\ s$, $v_{02} = 2\sqrt{3}\frac{m}{s} \approx 3.46\frac{m}{s}$, $\Delta t_1 = 2(\sqrt{4}-\sqrt{3})s \approx 0.54\ s$,$\Delta\tau_2 = \frac{l}{v_{02}} = \frac{\sqrt{3}}{3}s \approx 0.58\ s$, $v_{03} = 2\sqrt{2}\frac{m}{s} \approx 2.83\frac{m}{s}$, $\Delta t_2 = 2(\sqrt{3}-\sqrt{2})\ s \approx 0.64\ s$, $\Delta\tau_3 = \frac{l}{v_{03}} = \frac{\sqrt{2}}{2}s \approx 0.71s$, $v_{04} = 2\frac{m}{s}$, $\Delta t_3 = 2(\sqrt{2}-\sqrt{1})\ s \approx 0.83\ s$, $\Delta\tau_4 = \frac{l}{v_{04}} = \frac{\sqrt{1}}{1}s = 1s$, $v_{05} = 0$, $\Delta t_4 = 2(\sqrt{1}-\sqrt{0})s = 2s$. Свака тачно израчуната вредност носи **[0.5п]**.На основу наведених вредности може се израчунати укупно време кретања $t_u = \Delta\tau_1 + \Delta t_1 + \Delta\tau_2 + \Delta t_2 + \Delta\tau_3 + \Delta t_3 + \Delta\tau_4 + \Delta t_4 \approx 6.78s$, средња брзина тела на целом путу $v_{sr} = \frac{s_u}{t_u} = \frac{8l}{t_u} \approx 2.36\frac{m}{s}$**[1п]** и средње убрзање тела на целом путу $a_{sr} = \frac{\Delta v}{t_u} = \frac{v_0}{t_u} \approx 0.59\frac{m}{s^2}$**[1п]**.

Напомена: Бодовати са **[2п]**сваки график који довољно личи на график из решења уколико је цртан на основу тачних бројних вредности.

4. **Први начин:**До поготка долази за време tкада се торпедо и брод A нађу на истом месту на води.Нека је брзина торпеда у правцу BM једнака v_x, а у правцу MA једнака v_y, односно важи да је $v^2 = v_x^2 + v_y^2$ (1) **[2п]**. До судара долази ако су задовољене релације $v_x t = s$ (2) **[4п]**и $v_y t = l + ut$ (3) **[4п]**. Елиминацијом времена долази се до квадратне једначинепо v_x која гласи $\left(1 + \frac{l^2}{s^2}\right) \cdot {v_x}^2 + 2u\frac{l}{s} \cdot v_x + u^2 - v^2 = 0$. Физичко решење (позитивно!) је $v_x = 20\sqrt{2}\frac{km}{h}$**[1п]**. Из једначине (1) следи да је $v_y = 20\sqrt{2}\frac{km}{h}$ што значи да је $v_x = v_y$**[2п]** па је тражени угао $\theta = 45°$**[5п]**. Из релације (2) следи тражено време $\mathrm{t} = \frac{\sqrt{2}}{20}h \approx 4min\ 15s$**[2п]**.

   Други начин: Уколико брзину разложимо преко угла θ тада важе релацијe$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ (1)**[2п]**,$v\cos\theta\, t = s$ (2) **[4п]**и $v\sin\theta\, t = l + ut$ (3)**[4п]**. Елиминацијом времена tдолази се до једначине $sv\sin\theta = us + lv\cos\theta$ која заменом познатих вредности постаје $20\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2} + 19\cos\theta$.Овде се решење може погодити $\sin\theta = \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$**[3п]**,односно $\theta = 45°$**[5п]**. Из релације (2) следи тражено време $\mathrm{t} = \frac{\sqrt{2}}{20}h \approx 4min\ 15s$**[2п]**.

   Напомена:Идентично као у првом случај бодовати уколико се постави квадратна једначина по v_y, $\sin\theta$ или $\cos\theta$. Уколико се постави квадратна једначина по t, за тачно физичко решење дати **[3п]**уместо **[2п]**.

5. Обележимо са T силу затезања конца, са F_{tr1} силу трења између малог тела (масе m) и великог тела (масе M) и са F_{tr2} силу трења између великог тела и подлоге. У првом случају маса тела m' је сувише мала те се систем неће кретати у односу на земљу односно сва ће убрзања бити $a_1 = 0$**[1п]**. Једначине кретања (равнотеже) у том случају гласе $m'g = T$, $T = F_{tr1}$ и $F_{tr1} = F_{tr2}$. Јасно је да са повећањем масе m' расте и сила T и обе силе трења мировања. Следећи случај кретања догађа се када неко тело проклиза. Које ће тело прво проклизати зависи од односа вредности сила трења клизања – максималних вредности сила трења мировања које су $F_{tr1,max} = \mu_1 mg$ и $F_{tr2,max} = \mu_2(m+M)g$. Услов из задатка помножен са mg значи да је $F_{tr1,max} > F_{tr2,max}$ и да ће прво проклизати велико тело по подлози**[4п]**.У овом, другом случају, важе једначине кретања $m'a_2 = m'g - T$**[1п]**, $ma_2 = T - F_{tr1}$**[1п]**и $Ma_2 = F_{tr1} - \mu_2(m+M)g$**[1п]**, уз $F_{tr1} < F_{tr1,max}$. Велико и мало тело се крећу истим убрзањем као тело масе m' које износи $a_2 = \frac{m' - \mu_2(m+M)}{m'+m+\mathrm{M}}g$**[1п]**. Са даљим порастом масе m' расте сила T па и сила F_{tr1} која у једном тренутку достиже вредност $F_{tr1,max}$ када мало тело проклиза по великом телу (убрзања им се разликују)**[2п]**. Тада важе једначине $m'a_3 = m'g - T$, $ma_3 = T - \mu_1 mg$**[1п]** и $Ma_3' = \mu_1 mg - \mu_2(m+M)g$**[1п]**. Убрзања у овом случају су $a_3 = \frac{m' - \mu_1 m}{m'+m}g$**[0.5п]** и $a_3' = \frac{\mu_1 m - \mu_2(m+M)}{M}g$**[0.5п]**. Прелаз између првог и другог случаја дешава се када је $0 = a_2$, тада је $m' = \mu_2(m+M)$**[2п]**. Прелаз између другог и трећег случаја дешава се када је $a_2 = a_3$или $a_2 = a_3'$или $m'g - (m+m')a_2 = \mu_1 mg$ што одговара маси $m' = \frac{(\mu_1-\mu_2)m(M+m)}{M+\mu_2(m+M)-\mu_1 m}$**[2.5п]**. Дакле, када је $m' \leq \mu_2(m+M)$ дешава се први случај **[0.5п]**(нема

кретања тела у односу на земљу). Када је $\mu_2(m+M) < m' \leq \frac{(\mu_1-\mu_2)m(M+m)}{M+\mu_2(m+M)-\mu_1 m}$ дешава се други случај **[0.5п]** (мало и велико тело клизају по подлози као целина). Када је $\frac{(\mu_1-\mu_2)m(M+m)}{M+\mu_2(m+M)-\mu_1 m} < m'$ **[0.5п]** дешава се трећи случај (мало тело клиза по великом, велико клиза по подлози).

Напомена: Сваки исправан начин на које је закључено да ће проклизати прво велико тело због односа датог у задатку бодовати са **[4п]**. Уколико ваљаних аргумената нема, већ је само анализиран (и) тај случај, не бодовати са **[4п].**

Признати и праведно бодовати и сва решења која нису по кључу!

Члановима комисије желимо успешан рад и пријатан дан!