ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2021/2022. ГОДИНЕ.

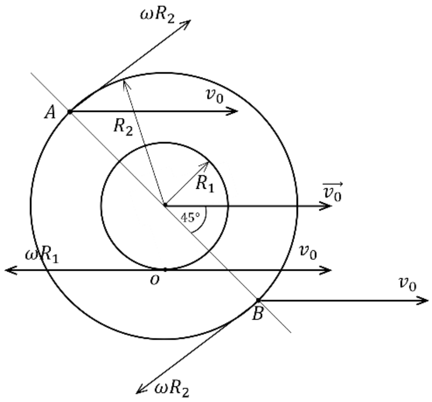
I РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА- АЛФА

ОПШТИНСКИ НИВО
19.02.2022.

1. Поделимо путовање на два дела. Први део је путовање чамца од брода A до брода B. Други део је путовање натраг. Нека је t_1време путовања чамца на првом делу, аt_2 време путовања чамца на другом делу путатако да путовање траје укупно $t = t_1 + t_2$ (1)**[1п]**и нека јеu брзина реке. Означимо са S_0почетно растојање између бродова, са S_1 растојање између бродова у тренутку када чамац стигне до брода B и S_2 растојање између бродова у тренутку када се чамац врати у брод A.Референтни систем ћемо везати за обалу (уколико је везан за реку добијају се одговарајуће једначине које подједнако вреде). Можемо уочити да на првом делу пута постоје следеће две везе. Прво, чамац треба да пређе почетно растојање S_0 и пут који до сусрета пређе брод B што значи да важи $v_1t_1 = s_0 + (v_B + u)t_1$ (2)**[2п]**. Друго, растојање S_1 представља разлику пређених путева чамца и брода Aшто значи да важи $s_1 = v_1t_1 - (v_A + u)t_1$ (3)**[2п]**.Сличном анализом другог дела путовања долазимо до једначина $s_1 = v_2t_2 + (v_A + u)t_2$ (4)**[2п]**и $s_2 = (v_B + u)t_2 + v_2t_2$ (5)**[2п]**. Из једначине (2) следи $t_1 = \frac{s_0}{v_1 - v_B - u}$**[2п]**, затим из једначина (3) и (4) следи$t_2 = \frac{v_1 - v_A - u}{(v_1 - v_B - u)(v_2 + v_A + u)} s_0$**[2п]**. Пошто је укупно време путовања одређено једначином (1), заменом добијених релација за времена t_1иt_2, уз мало рачуна, добија се квадратна једначина по брзини реке: $u^2 - u(v_1 - v_2 - v_A - v_B) - \left[(v_1 - v_B)(v_2 + v_A) - \frac{s_0}{t}(v_1 + v_2)\right] = 0$**[4п]**. У зависности од односа величина које ова једначина може и не мора имати физичко решење. Међутим, у случају нашег задатка она се своди на једначину $u^2 + 2u - 8 = 0$, где је uбројна вредност брзине изражене у $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Једначина се може препаковати на $(u-2)(u+4) = 0$па је физичко решењебрзинереке$u = 2\frac{\text{km}}{\text{h}}$**[1п]**. Из једначине (5), следи тражено растојање $s_2 = \frac{(v_1 - v_A - u)(v_2 + v_B + u)}{(v_1 - v_B - u)(v_2 + v_A + u)} s_0 = 675\ \text{m}$**[1+1п]**.

2. У тачки додира ваљка са шинама (Слика 3, тачка O) важи $v_0 = \omega R_1$**[5п]**.Разлагањем вектора брзине v_0на компоненту дуж правца ωR_2и ортогоналну компоненту у тачки B, обе компоненте због угла од 45° (може да се посматра v_0 као дијагонала квадрата чије странице чине ове компоненте или преко тригонометријских функција да се изрази)износе $v_0\frac{\sqrt{2}}{2}$**[2п]**, добијамо брзину тачке Bиз Питагорине теореме:$v_B = \sqrt{(\omega R_2 - v_0\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (v_0\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = v_0\sqrt{(\frac{R_2}{R_1})^2 - \sqrt{2}\frac{R_2}{R_1} + 1}$**[5+1п]**. Слично код тачке Aкомпоненте износе $v_0\frac{\sqrt{2}}{2}$**[1п]**, брзина тачке Aизноси:$v_A = \sqrt{(\omega R_2 + v_0\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (v_0\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = v_0\sqrt{(\frac{R_2}{R_1})^2 + \sqrt{2}\frac{R_2}{R_1} + 1}$**[5+1п]**.



Слика3

3. Разложимо почетну брзину првог тела на хоризонталну $v_{1x0} = v_{01}\cos\alpha = \frac{v_0}{2}$**[2п]**и вертикалну компоненту$v_{1y0} = v_{01}\sin\alpha = \frac{v_0\sqrt{3}}{2}$**[2п]**. Да би до судара дошло, тела морају прећи исто хоризонтално растојање па су им хоризонталне брзине исте $v_{2x} = v_{2x0} = v_{1x0}$**[2п]**. Нека је време протекло до судара t_s. Пошто прво тело у тренутку судара нема вертикалну компоненту брзине важи $v_{1y0} - gt_s = 0$**[1п]**па је $t_s = \frac{v_{01}\sin\alpha}{g} = \frac{v_{01}\sqrt{3}}{2g}$**[1п]**.До судара прво тело превали висинску

разлику $\Delta h_1 = \frac{{v_{1y0}}^2}{2g} = \frac{{v_{01}}^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{3v_{01}^2}{8g}$**[2п]**.Друго тело се спусти за $\Delta h_2 = \frac{gt_s^2}{2} = \Delta h_1$**[2п]**. Дакле, друго тело пада са висине $H = h + \Delta h_1 + \Delta h_2 = h + \frac{{v_{01}}^2 \sin^2\alpha}{g} = h + \frac{3v_{01}^2}{4g}$**[3п]**. Брзина првог тела у тренутку судара је $v_{1s} = v_{1x} = v_{1x0} = v_{01}\cos\alpha = \frac{v_{01}}{2}$**[1п]**, а компоненте брзине другог тела су$v_{1xs} = v_{1s}$**[1п]** и $v_{1ys} = gt_s = v_{1y0} = v_{01}\sin\alpha = \frac{v_{01}\sqrt{3}}{2}$**[1п]**. Пошто су им хоризонталне компоненте исте, угао између њихових брзина исти је као и угао који вектор брзине другог тела заклапа са хоризонталом, исти је као угао под којим је прво тело бачено, $\beta = 60°$**[2п]**.

4. Средња угаона брзина дата је изразом $\omega_{sr} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$**[3п]**. Угаони померај који одговара половини кружнице је $\Delta\varphi = \pi$**[2п]**, а протекло време $\Delta t = t$па је тражена средња угаона брзина $\omega_{sr} = \frac{\pi}{t}$**[2п]**. Приметимо да се релација између брзине и пређеног пута може написати у облику $s = \frac{v^2}{k^2}$**[2п]**. Сетимо се да у случају равномерно убрзаног праволинијског кретања без почетне брзине важе релације $v = at$**[2п]**и $s = \frac{at^2}{2}$**[2п]**из којих елиминацијом времена tдолазимо до $s = \frac{v^2}{2a}$**[2п]**. Пошто важи аналогна релација за интензитет брзине овог кружног кретања које почиње из мировања, можемо идентификовати тангенцијално убрзање $a_t = \frac{k^2}{2}$**[4п]**и оно се током времена не мења **[1п]**.

5. Обележимо тачку додира унутрашњег и малог (другог) зупчаника са A, а спољашњег и малог зупчаника са B. Пошто у задатку није наглашен смер ротације зупчаника имамо два случаја.У првом случају оба зупчаника ротирају у истом смеру**[2п]** – нека то буде у позитивном математичком смеру. Претпоставимо да се мали зупчаник као целина креће у истом смеру, брзином центра масе v_0и нека ротира око осе која пролази кроз његов центар такође у позитивном математичком смеруугаоном брзином ω. Тада за брзине додирних тачака, пошто нема проклизавања, важи $v_A = R_1\omega_1 = v_0 - r\omega$**[2п]** и $v_B = R_2\omega_2 = v_0 + r\omega$**[2п]**. Решавањем система једначина добијамо брзину малог зупчаника $v_0 = \frac{1}{2}(R_1\omega_1 + R_2\omega_2)$**[2п]**и његову угаону брзину$\omega = \frac{1}{2r}(R_2\omega_2 - R_1\omega_1)$**[2п]**. У другом случају зупчаници ротирају у различитим смеровима**[2п]** – нека унутрашњи зупчаник ротира у позитивном математичком смеру, а спољашњи у супротном. Претпоставимо да се мали зупчаник као целина креће негативном математичком смеру и ротира око осе која пролази кроз његов центар такође у негативном математичком смеру. Тада за брзине додирних тачака, пошто нема проклизавања, важи $v_A = R_1\omega_1 = r\omega - v_0$**[2п]**и$v_B = R_2\omega_2 = r\omega + v_0$**[2п]**. Решавањем система једначина добијамо брзину малог зупчаника$v_0 = \frac{1}{2}(R_2\omega_2 - R_1\omega_1)$**[2п]**и његову угаону брзину $\omega = \frac{1}{2r}(R_2\omega_2 + R_1\omega_1)$**[2п]**.

Члановима комисије желимо успешан рад и пријатан дан!