



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2021/2022. ГОДИНЕ.



I
РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког
развоја Републике Србије

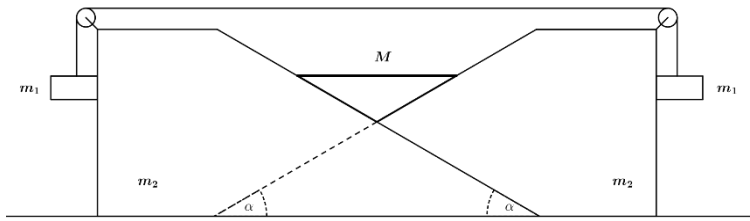
ОКРУЖНИ НИВО
27.03.2022.

ЗАДАЦИ – АЛФА КАТЕГОРИЈА

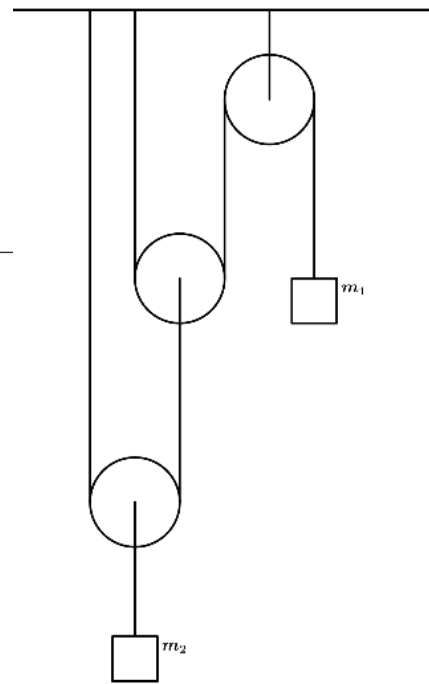
1. Систем са слике 1 састоји се од два идентична тега масе m_1 , терета масе M облика тростране призме у чијој је основи једнакокраки троугао и од два идентична клина – стрмих равни нагибног угла $\alpha = 30^\circ$, масе m_2 . Клинови један кроз други могу да пролазе без трења (представљено испрекиданом линијом на слици) и стално су у контакту. Одредити убрзање терета.
2. Систем са слике 2 састоји се од неистегљивих нити, терета маса m_1 и m_2 , и трибезмасена котура преко којих нит клизи без трења. Одредити убрзање тела m_1 претпостављајући да су услови за кретање система са слике испуњени. У случају да су терети маса $m_1 = 3 \text{ kg}$, $m_2 = 6 \text{ kg}$ и да су нити направљене од материјала који може издржати највећу силу од $T_{max} = 25.5 \text{ N}$, јесу ли испуњени услови за кретање система?
3. На непомичној стрмој равни нагибног угла $\alpha = 45^\circ$ лежи даска масе m_1 и дужине L , а на дасци лежи тело масе m_2 и дужине d ($d < L$). Тело је повезано са теретом масе m помоћу лаке, неистегљиве нити и безмасеног котура преко кога нит клизи без трења (Слика 3). Коефицијент трења између тела и даске је μ_2 , а између даске и стрме равни μ_1 . Уколико је тело у почетном тренутку својом задњом ивицом уз задњу ивицу даске, као на слици 3, после колико времена ће стићи предњи крај тела до краја даске? Дисковати у ком случају је могуће да се тело креће по дасци. Сматрати да је маса m довољно велика да се тело креће уз стрму раван и да је стрма раван довољно дугачка како би тело стигло до краја даске.
4. Са површине земље испаљује се тело брзином v_0 под углом од 60° у односу на хоризонт. Тело пада на врх стрме равни нагибног угла 30° у односу на хоризонт, тако да по њој наставља да се креће без промене правца и смера кретања (без одскакивања). Између тела и стрме равни коефицијент трења је $\mu > \frac{\sqrt{3}}{2}$, да ли ће тело стићи до краја стрме равни?
5. У почетном тренутку сат је показивао подне. Између којих суседних показивања дигиталног сата, који показује време у сатима, минутима и секундама и ради у режиму 12 сати, се минутна и сатна казаљка поново поклопиле (све могућности)?



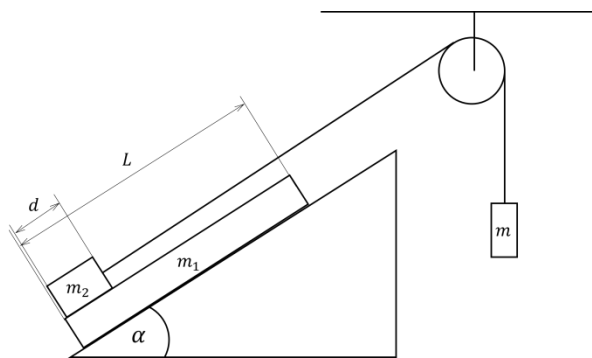
ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2021/2022. ГОДИНЕ.



Слика 1



Слика 2



Слика 3

Приликом решавања задатака за вредност гравитационог убрзања узети $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Напомене: Сва решења детаљно објаснити. Сваки задатак носи по 20 поена.

Свим такмичарима желимо успешан рад !

Задатке припремили: Ђорђе Богдановић, Физички факултет, Универзитет у Београду, Ана Кнежевић, Физички факултет, Универзитет у Београду

Рецензент:

Председник комисије: Проф. др Имре Гут, Департман за физику, Нови Сад



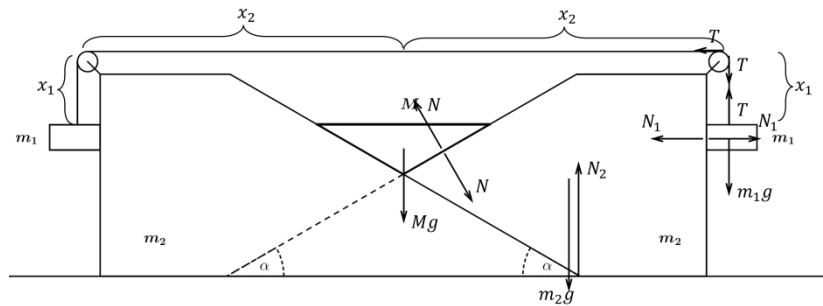
I РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког
развоја Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА Alfa

ОКРУЖНИНОВО
27.03.2022.

1 Једначина кретања призме је: $Ma = Mg - \sqrt{3}N$ [2п]. Једначине кретања тегова масе m_1 су: $m_1 a_{1x} = N_1$ [2п], $m_1 a_{1y} = T - m_1 g$ [2п]. Једначине кретања клинова: $m_2 a_2 = \frac{1}{2}N - \frac{\sqrt{3}}{2}N_1 - T$ [2п], $m_2 g + T + \frac{\sqrt{3}}{2}N = N_2$ [1п].

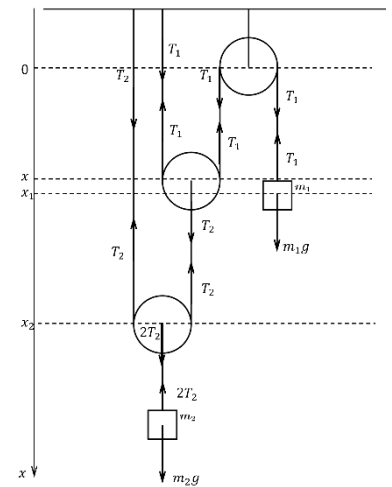
Треба имати у виду да ове једначине кретања важе симетрично на другој страни слике, у односу на оно што је нацртано. Дужина конца је константна, те је у првом посматраном тренутку $l = 2(x_2 + x_1)$, затим у наредном тренутку $l' = 2(x_1 - \Delta x_1) + 2(x_2 + \Delta x_2)$, мора да важи $l = l'$ [1п], те следи да су $\Delta x_1 = \Delta x_2$ [1п], према томе важи $a_{1y} = a_2$, $a_{1x} = a_2$ [3п]. Како би уочили везу између убрзања призме и клина, посматрају се различите позиције призме у два различита тренутка и клина, налази се веза: $a = \frac{a_2 \sqrt{3}}{3}$ ($\tan \alpha = \frac{\Delta x}{\Delta x_2}$) [2+1п]. Када заменимо везе између убрзања и саберемо 2., 3. и 4. једначину кретања, затим из прве једначине изразимо N , добија се тражено убрзање терета облика призме $a = g \frac{\sqrt{3}(M\frac{\sqrt{3}}{6} - m_1)}{3(2m_1 + m_2 + \frac{M}{6})}$ [3п]. Признати и друге добре методе долажења до тачног решења.



Слика4

2. Једначина кретања терета масе m_1 је дата са: $m_1 a_1 = m_1 g - T_1$ [2п], док је једначина кретања терета масе m_2 : $m_2 a_2 = m_2 g - 2T_2$ [2+2п]. Веза између сила затезања: $T_2 = 2T_1$ [2п]. Из константности дужине конца за које је везан терет масе m_1 : $l_1 = 2x + x_1$, добија се веза између убрзања котура и поменутог терета: $-2a = a_1$ [2п], слично за конач за који је везан други терет: $l_2 = 2x_2 - x$, па је веза између убрзања: $2a_2 = a$ [2п]. Решавањем система једначина добија се убрзање терета масе m_1 у општим бројевима: $a_1 = 4g \frac{4m_1 - m_2}{16m_1 + m_2}$ [2п]. Када заменимо бројевне вредности за масе терета добијамо да је $T_1 = 16,68 N$ ($T_1 < T_{max}$) [2п], али $T_2 = 33,33 N$ ($T_2 > T_{max}$) [2п] што би значило да други конач пуца и да нису испуњени услови за кретање система са почетне слике [2п].

3. Једначина кретања тела дуж осе паралелне са стрмом равни је: $m_2 a_2 = T - m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2} - F_{tr2}$ [2п], док је једначина кретања тела дуж осе ортогоналне са стрмом равни: $N_2 = m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2}$ [1п]. Слично, једначине кретања даске редом дуж поменутих оса су: $m_1 a_1 = F_{tr2} - F_{tr1} - m_1 g \frac{\sqrt{2}}{2}$, $N_1 = N_2 + m_1 g \frac{\sqrt{2}}{2}$ [2+2п]; затим једначина кретања терета је: $ma = mg - T$ [1п]. Треба проверити шта се дешава када се тело, даска и терет крећу истим убрзањем: $a_1 = a_2 = a$ [1п]. Одавде се добија да је трење код тела: $F_{tr2} = mg - m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2} - (m + m_2)a$, мора да важи $F_{tr2} \leq \mu_2 N_2$ [1+1п]. Добија се услов: $mm_1(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + \mu_1)) \leq (\mu_2 - \mu_1) \frac{\sqrt{2}}{2} m_2(m_1 + m_2 + m)$ [1п]. Да би се тело кретало по дасци мора да важи да је $\mu_1 > \mu_2$ [1п]. Из константности дужине конца следи да су



Слика5

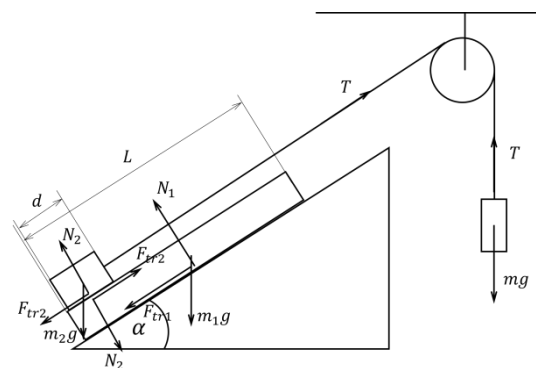
3. Једначина кретања тела дуж осе паралелне са стрмом равни је: $m_2 a_2 = T - m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2} - F_{tr2}$ [2п], док је једначина кретања тела дуж осе ортогоналне са стрмом равни: $N_2 = m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2}$ [1п]. Слично, једначине кретања даске редом дуж поменутих оса су: $m_1 a_1 = F_{tr2} - F_{tr1} - m_1 g \frac{\sqrt{2}}{2}$, $N_1 = N_2 + m_1 g \frac{\sqrt{2}}{2}$ [2+2п]; затим једначина кретања терета је: $ma = mg - T$ [1п]. Треба проверити шта се дешава када се тело, даска и терет крећу истим убрзањем: $a_1 = a_2 = a$ [1п]. Одавде се добија да је трење код тела: $F_{tr2} = mg - m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2} - (m + m_2)a$, мора да важи $F_{tr2} \leq \mu_2 N_2$ [1+1п]. Добија се услов: $mm_1(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + \mu_1)) \leq (\mu_2 - \mu_1) \frac{\sqrt{2}}{2} m_2(m_1 + m_2 + m)$ [1п]. Да би се тело кретало по дасци мора да важи да је $\mu_1 > \mu_2$ [1п]. Из константности дужине конца следи да су

3. Једначина кретања тела дуж осе паралелне са стрмом равни је: $m_2 a_2 = T - m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2} - F_{tr2}$ [2п], док је једначина кретања тела дуж осе ортогоналне са стрмом равни: $N_2 = m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2}$ [1п]. Слично, једначине кретања даске редом дуж поменутих оса су: $m_1 a_1 = F_{tr2} - F_{tr1} - m_1 g \frac{\sqrt{2}}{2}$, $N_1 = N_2 + m_1 g \frac{\sqrt{2}}{2}$ [2+2п]; затим једначина кретања терета је: $ma = mg - T$ [1п]. Треба проверити шта се дешава када се тело, даска и терет крећу истим убрзањем: $a_1 = a_2 = a$ [1п]. Одавде се добија да је трење код тела: $F_{tr2} = mg - m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2} - (m + m_2)a$, мора да важи $F_{tr2} \leq \mu_2 N_2$ [1+1п]. Добија се услов: $mm_1(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + \mu_1)) \leq (\mu_2 - \mu_1) \frac{\sqrt{2}}{2} m_2(m_1 + m_2 + m)$ [1п]. Да би се тело кретало по дасци мора да важи да је $\mu_1 > \mu_2$ [1п]. Из константности дужине конца следи да су

3. Једначина кретања тела дуж осе паралелне са стрмом равни је: $m_2 a_2 = T - m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2} - F_{tr2}$ [2п], док је једначина кретања тела дуж осе ортогоналне са стрмом равни: $N_2 = m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2}$ [1п]. Слично, једначине кретања даске редом дуж поменутих оса су: $m_1 a_1 = F_{tr2} - F_{tr1} - m_1 g \frac{\sqrt{2}}{2}$, $N_1 = N_2 + m_1 g \frac{\sqrt{2}}{2}$ [2+2п]; затим једначина кретања терета је: $ma = mg - T$ [1п]. Треба проверити шта се дешава када се тело, даска и терет крећу истим убрзањем: $a_1 = a_2 = a$ [1п]. Одавде се добија да је трење код тела: $F_{tr2} = mg - m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2} - (m + m_2)a$, мора да важи $F_{tr2} \leq \mu_2 N_2$ [1+1п]. Добија се услов: $mm_1(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + \mu_1)) \leq (\mu_2 - \mu_1) \frac{\sqrt{2}}{2} m_2(m_1 + m_2 + m)$ [1п]. Да би се тело кретало по дасци мора да важи да је $\mu_1 > \mu_2$ [1п]. Из константности дужине конца следи да су

3. Једначина кретања тела дуж осе паралелне са стрмом равни је: $m_2 a_2 = T - m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2} - F_{tr2}$ [2п], док је једначина кретања тела дуж осе ортогоналне са стрмом равни: $N_2 = m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2}$ [1п]. Слично, једначине кретања даске редом дуж поменутих оса су: $m_1 a_1 = F_{tr2} - F_{tr1} - m_1 g \frac{\sqrt{2}}{2}$, $N_1 = N_2 + m_1 g \frac{\sqrt{2}}{2}$ [2+2п]; затим једначина кретања терета је: $ma = mg - T$ [1п]. Треба проверити шта се дешава када се тело, даска и терет крећу истим убрзањем: $a_1 = a_2 = a$ [1п]. Одавде се добија да је трење код тела: $F_{tr2} = mg - m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2} - (m + m_2)a$, мора да важи $F_{tr2} \leq \mu_2 N_2$ [1+1п]. Добија се услов: $mm_1(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + \mu_1)) \leq (\mu_2 - \mu_1) \frac{\sqrt{2}}{2} m_2(m_1 + m_2 + m)$ [1п]. Да би се тело кретало по дасци мора да важи да је $\mu_1 > \mu_2$ [1п]. Из константности дужине конца следи да су

3. Једначина кретања тела дуж осе паралелне са стрмом равни је: $m_2 a_2 = T - m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2} - F_{tr2}$ [2п], док је једначина кретања тела дуж осе ортогоналне са стрмом равни: $N_2 = m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2}$ [1п]. Слично, једначине кретања даске редом дуж поменутих оса су: $m_1 a_1 = F_{tr2} - F_{tr1} - m_1 g \frac{\sqrt{2}}{2}$, $N_1 = N_2 + m_1 g \frac{\sqrt{2}}{2}$ [2+2п]; затим једначина кретања терета је: $ma = mg - T$ [1п]. Треба проверити шта се дешава када се тело, даска и терет крећу истим убрзањем: $a_1 = a_2 = a$ [1п]. Одавде се добија да је трење код тела: $F_{tr2} = mg - m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2} - (m + m_2)a$, мора да важи $F_{tr2} \leq \mu_2 N_2$ [1+1п]. Добија се услов: $mm_1(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + \mu_1)) \leq (\mu_2 - \mu_1) \frac{\sqrt{2}}{2} m_2(m_1 + m_2 + m)$ [1п]. Да би се тело кретало по дасци мора да важи да је $\mu_1 > \mu_2$ [1п]. Из константности дужине конца следи да су



Сликаб



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2021/2022. ГОДИНЕ.



$a_2 = a[1\text{п}]$. Из овог услова следи: $a_2 = g \frac{m - \frac{\sqrt{2}}{2} m_2 (1 + \mu_2)}{m_2 + m} [2\text{п}]$. Из једначине кретања даске: $a_1 = \frac{g\sqrt{2}}{2m_1} (m_2(\mu_2 - \mu_1) - m_1(\mu_1 + 1)) [2\text{п}]$. Убрзање тела у односу на даску је: $a' = a_2 - a_1 [1\text{п}]$, па је време за које предњи крај тела стигне до краја даске: $t = \sqrt{\frac{2(L-d)}{a_2 - a_1}} [1\text{п}]$.

4. Почетна брзина пројектована на вертикалан правац је $v_{0y} = \frac{v_0\sqrt{3}}{2} [1\text{п}]$, а на хоризонтални правац $v_{0x} = \frac{v_0}{2} [1\text{п}]$ (ову брзину дуж хоризонталног правца задржава све до пада на стрму раван). Зависност брзине у вертикалном правцу у времену је: $v_y(t) = v_{0y} - gt$. У тренутку када тело падне на стрму раван оно има брзину која је под углом од 30° у односу на подлогу: $v_x(h, t) = \frac{v_0}{2} = \frac{v_1\sqrt{3}}{2} [1\text{п}]$, према овоме је брзина при паду $v_1 = \frac{v_0\sqrt{3}}{3} [2\text{п}]$. Једначине кретања тела по стрмој равни пројектоване на правац стрме равни и ортогонално на стрму раван су редом: $ma = \frac{mg}{2} - F_{tr} [2\text{п}]$ и $N = \frac{mg\sqrt{3}}{2} [2\text{п}]$. Па је убрзање тела на стрмој равни: $a = \frac{1}{2}g(1 - \mu\sqrt{3}) [2\text{п}]$, како је $\mu > \frac{\sqrt{3}}{2}$, тело успорава овим убрзањем $[1\text{п}]$. Тренутак када тело пада на стрму раван је $t(h) = \frac{2v_0\sqrt{3}}{3g} [1\text{п}]$, јер у је брзина дуж вертикалног правца $v_y(t) = -\frac{v_0\sqrt{3}}{6} [2\text{п}]$ па је висина стрме равни $h = \frac{v_0^2}{3g} [2\text{п}]$. Пређени пут тела који би требало да пређе до краја стрме равни је $s = 2h [1\text{п}]$. Из $v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2as} = v_0\sqrt{1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}\mu}$, видимо да тело није могло да дође до краја стрме равни, да се зауставило у неком тренутку пре $[2\text{п}]$.

5. Сатна казаљка направи круг за $12 h$ па јој је угаона брзина $\omega_s = \frac{2\pi \text{ rad}}{12 h} [2\text{п}]$. Како минутној за пун круг треба $1 h$ угаона брзина јој је $\omega_m = 2\pi \frac{\text{rad}}{h} [2\text{п}]$. Нека су се казаљке следећи пут поклопиле после времена $t_n = n \cdot h + \varepsilon \cdot h$, где је $n \in \{1, 2, \dots, 11\}$ број сати протекао до поновног преклапања и $\varepsilon < 1 [4\text{п}]$. До тада су казаљке описале углове који су повезани према $\varphi_s + 2\pi n = \varphi_m [3\text{п}]$, а како је $\varphi = \omega t$ важи $\frac{2\pi \text{ rad}}{12 h} \cdot (n + \varepsilon)h + 2\pi n = 2\pi \frac{\text{rad}}{h} \cdot (n + \varepsilon)h [2\text{п}]$. Након сређивања долази се до релације $\varepsilon = \frac{n}{11} [2\text{п}]$. Дакле, казаљке се поклапају тачно у $t_n = \frac{12n}{11} h$. Заменом бројних вредности преклапања се догађају у секундама након следећих времена: $t_1 = 01:05:27$, $t_2 = 02:10:54$, $t_3 = 03:16:21$, $t_4 = 04:21:49$, $t_5 = 05:27:16$, $t_6 = 06:32:43$, $t_7 = 07:38:10$, $t_8 = 08:43:38$, $t_9 = 09:49:05$ и $t_{10} = 10:54:32 [5\text{п}]$.

Члановима комисије желимо успешан рад и пријатан дан!