ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2018/2019. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
ЗАДАЦИ – ФЕРМИОНСКА КАТЕГОРИЈА*

I разред | **РЕПУБЛИЧКИ НИВО** | **22. март 2019.**

1. Из приколице камиона тело је бачено почетном брзином $v_0 = 20\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}$ под углом од θ =60° у односу на хоризонталу. У истом тренутку када је тело избачено, камион почиње да се креће из мировања убрзањем a у смеру пројекције брзине избаченог тела на x-осу (паралелно са подлогом). Уколико је у тренутку када је тело у највишој тачки кретања растојање између места са камиона са којег је тело бачено и тела једнако $l = 19.437\mathsf{m}$, одредити убрзање камиона. При решавању овог задатка узети у обзир да је максимално убрзање које камион може да развије $a_{max} = 4\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}^2}$. Занемарити отпор ваздуха и димензије камиона (сматрати да је тело бачено са нивоа подлоге). **(15 поена)**.

2. Нит је намотана на цилиндар масе M и полупречника R. У почетном тренутку цилиндар мирује на стрмој равни угла нагиба 30°. Између цилиндра и стрме равни постоји трење. Нит је пребачена преко котура чија се маса може занемарити и спојена је са телом масе $m = M/8$ као на слици 1. Ако се претпостави да се цилиндар котрља без клизања, да нит не проклизава по котуру и да је нит паралелна са стрмом равни, одредити убрзања ових тела. **(20 поена)**.

3. На клин масе $M = 10m$ (слика 2) постављено је мало тело масе m. Између тела и клина нема трења. Коефицијент трења између клина и подлоге износи μ. У тренутку $t = 0$ ротирајући ваљак масе $m_1 = 2m$ и полупречника $R = 15cm$ постављен је уз клин као на слици 2. Коефицијент трења између клина и ваљка једнак је коефицијенту трења између ваљка и подлоге и износи такође μ. Почетна угаона брзина ваљка износи $\omega = 1200\frac{revolucija}{min}$. За колико се померио клин по подлози од тренутка постављања ваљка до тренутка престанка ротације ваљка ако коефицијент трења износи $\mu = 0{,}2$? Тело масе m се за све време кретања налази на клину. Ваљак је за све време кретања тела у сталном контакту са клином и подлогом. Кретање центара маса тела врши се у истој фиксној вертикалној равни. За све време кретања долази до проклизавања ваљка по подлози. **(25 поена)**.

4. На ригидну металну шипку облика ћириличног слова Г, која лежи у хоризонталној равни, постављено је тело масе m као на слици 3. Дужина са слике износи L. Тело масе m се у почетном тренутку налази у равнотежном положају на растојању l_0 од тачке A. Лака идеална опруга, дужине $d = l_0\sqrt{3}$ у недеформисаном стању, прикачена је за крак OA са једне и тело масе m са друге стране, при чему у равнотежном положају заклапа угао од 30^o са краком OA као на слици 3. У тренутку $t = 0$ почиње ротација целог система око вертикалне осе која пролази кроз тачку O. Систем је полако доведен до угаоне брзине ω и тада престаје даље убрзавање система. Тело масе m је сада у новом равнотежном положају у коме опруга и крак OA заклапају угао од 60^o као на слици 3. Одредити коефицијент еластичности опруге ако је познато да између тела масе m и крака AB има трења. L и l_0 су везани релацијом $L < 3\sqrt{3}l_0$. **(20 поена)**.

5. Жан-Батист Ренарт, звани Џанго (франц. Jean „Django"Reinhardt) био је француски гитариста и композитор џез музике. Упркос никаквом музичком образовању и чињеници да су му два прста леве шаке била повређена, Џанго је ипак успео да остане запамћен у историји као инзванредан гитариста и композитор. Заједничким напором са Стефаном Грапелијем (франц. Stéphane Grappelli француски џез виолиниста), успео је да створи композиције које су и дан данас препознатљиве и занимљиве за слушање. Музика тог доба најчешће је записивана на музичким плочама, а са њих је преслушавана коришћењем грамофона.

   Грамофон је механички уређај за репродукцију звука са плоча и састоји се од три целине: Ручице са грамофонском иглом, механизма за појачавање звука и погонског механизма који је окретао плоче. Бразде које су одговарале звуку урезаном на плочу доводиле су до вибрација грамофонске игле, која их је даље преносила до система за појачавање звука где су се претварале у музику. На телу грамофона, одмах до механизма за окретање плоча, налази се ручица за контролисање угаоне брзине ротације плоче. Угаона брзина плоче мери се у броју ротација плоче по минути, краће записано RPM(Revolutions Per Minute).

   Једнога дана, док је седео са својим пријатељима, Александар је ушао у жестоку дебату о квалитету музике прошлог века и у сврху тога је отишао до своје куће да узме старе плоче. Пронашао је, крај плоча, свој стари грамофон и решио да провери да ли ради како треба. Након завршеног техничког прегледа уређаја дохватио је плочу свог омиљеног албума под називом „Djangology"аутора Џанга и Грапелија и поставио је на грамофон. Како би Џангов и Грапелијев џез представио у најбољем светлу хтео је да постави угаону брзину плоче тачно на препоручену, али је дошао до проблема, заборавио је колико она износи. Срећом имао је написане дужине трајања свих шест песама са плоче, пуштане при препорученој угаоној брзини. Дужине трајања песама као и њихова имена могу се наћи у табели датој у задатку. Уз помоћ ових информација и приступа грамофону могао је прецизно одредити препоручену угаону брзину плоче.

   Поставио је иглу на почетак прве композиције, поставио прву вредност угаоне брзине плоче и одслушао целу композицију. У табелу је унео измерену дужину трајања песме. Након што се она завршила, пре почетка следеће

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

композиције, повећао је угаону брзину плоче и поновио цео поступак. Када је завршио преслушавање целе плоче добио је табелу задату у задатку.

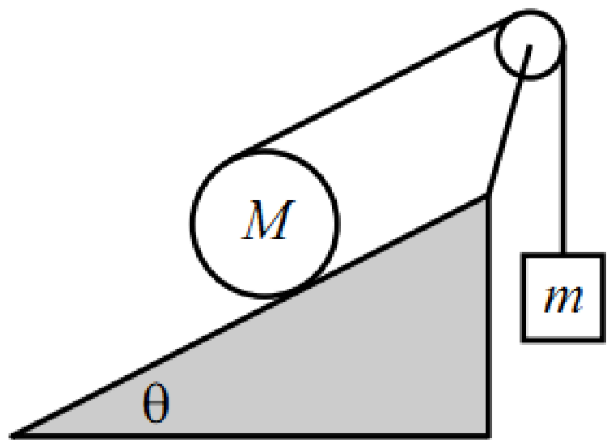
Користећи табелу коју је Александар начинио одредити препоручену угаону брзину плоче. Грешка при мерењу дужине трајања композиције износи $\Delta t = 2s$, док се грешке угаоне брзине плоче могу занемарити. Угаону брзину представити у RPM. Дужине трајања композиција при препорученој угаоној брзини узети без грешке.

No.	Ime kompozicije	Originalna dužina	RPM	Merena dužina
1	Minor Swing	3min11s	68	3min41s
2	La Mer	4min25s	72	4min47s
3	Brick Top	3min41s	76	3min44s
4	Honeysuckle Rose	2min52s	80	2min49s
5	Heavy Artillery	3min41s	84	3min24s
6	Djangology	2min55s	90	2min33s

(20 поена)

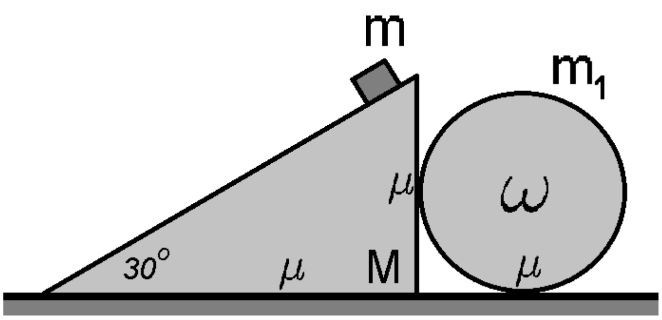
Приликом решавања задатака користити да је убрзање силе Земљине теже $g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$.

*У фермионској категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима средњих стручних школа, уметничких школа и свих врста гимназија осим специјализованих гимназија за области математика и физика.

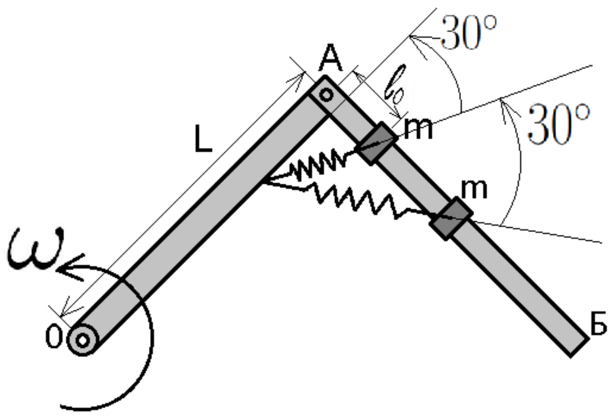


Слика 1: Слика уз други задатак.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд



Слика 2: Слика уз трећи задатак.



Слика 3: Слика уз четврти задатак.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

1. Почетне брзине тела по x и y-оси су $v_{0x} = v_0 \cos\theta = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ и $v_{0y} = v_0 \sin\theta = 10\sqrt{3}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $\boxed{\mathbf{2п}}$. Максимална висина на којој ће се наћи тело је $h_{max} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2 y}{g}$ и на њој ће се наћи након $t = \frac{v_0 y}{g}$ $\boxed{\mathbf{2п}}$. Убрзање камиона се може наћи применом Питагорине теореме на троугао чија је хипотенуза растојање l, а катете h_{max} и разлика између пређеног пута камиона и тела по x-оси $s_k - s_{tx}$. Применом Питагорине теореме добија се да је $s_k - s_{tx} = \pm\sqrt{l^2 - \frac{v_{0y}^4}{4g^2}} = \pm 12\mathrm{m}$ $\boxed{\mathbf{4п}}$. Како је $s_k = \frac{1}{2}at^2$, а $s_{tx} = v_{0x}t$ $\boxed{\mathbf{2п}}$, добијају се две једначине за убрзање у зависности од избора знака у једначини за разлику у пређеним путевима. Ове једначине су $a = \frac{2g^2}{v_{0y}^2}(\pm 12 + \frac{v_{0x}v_{0y}}{g})$, одакле су могућа решења $a_1 = 3{,}63\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ и $a_2 = 19{,}03\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Узевши у обзир услов за максимално убрзање камиона, једино могуће решење је $a_1 = 3{,}63\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ $\boxed{\mathbf{5п}}$.

2. Све релевантне величине за решавање овог проблема су приказане на слици 6. Непознате величине у овом задатку су a_1, a_2, α, T i F. На основу слике један можемо записати следеће једначине: $T - mg = ma_2$ и $Mg\sin\theta - T - F = Ma_1$ $\boxed{\mathbf{5п}}$. Ако се узме у обзир момент силе који делује на цилиндар, добија се: $(F - T)R = (\frac{1}{2}MR^2)\alpha$ $\boxed{\mathbf{3п}}$, док се из чињенице да се цилиндар котрља без клизања зна да важи $a_1 = \alpha R$ $\boxed{\mathbf{2п}}$. Да бисмо пронашли пету једначину која нам омогућава решавање овог система, посматрајмо шта се деси када се тег са десне стране за неко произвољно време Δt подигне за $\frac{1}{2}a_2(\Delta t)^2$. За то време цилиндар ће услед ротације и транслације повући укупну дужину нити од $\frac{1}{2}a_1(\Delta t)^2 + \frac{1}{2}R\alpha(\Delta t)^2 = \frac{1}{2}(2a_1)(\Delta t)^2$. Како се укупна дужина нити очувава током кретања, следи да је $a_2 = 2a_1$ $\boxed{\mathbf{4п}}$(исто следи и из разматрања ситуације кад се тело са десне стране спусти). Сређивањем једначина добија се да је $a_2 = \frac{4(Mg\sin\theta - 2mg)}{3M + 8m}$ $\boxed{\mathbf{4п}}$, одакле се сређивањем добија релација $a_2 = (g\sin\theta - \frac{g}{4}) = \frac{g}{4}$, па је $a_1 = \frac{g}{8}$ $\boxed{\mathbf{2п}}$

3. Како су клин и ваљак у сталном међусобном контакту транслаторна убрзања клина и ваљка су у сваком тренутку једнака и обележимо их са a. Задатак ћемо решавати из референтног координатног система везаног за клин. Референтни систем је неинерцијалан те ће на тело масе m деловати инерцијална сила. На слици 2 су назначене силе које делују на тела масе m и m_1. Посматрајмо за почетак тело масе m. Силе ћемо разложити на два правца, један дуж стрме равни и други ортогоналан на њега у вертикалној равни по којој се крећу центри маса тела у систему. Дуж стрме равни важи $\frac{1}{2}mg - \frac{\sqrt{3}}{2}ma = ma'(1)$ $\boxed{\mathbf{1п}}$ где је a' убрзање тела m низ клин. За силе дуж друге, ортогоналне, осе важи $N = \frac{1}{2}ma + \frac{\sqrt{3}}{2}mg(2)$ $\boxed{\mathbf{1п}}$ где N представља силу којом клин делује на тело. Посматрајмо сада тело масе m_1. Ротационо кретање је услед трења успорено и важи $\mu RN_1 + \mu RN_2 = I\alpha(3)$ $\boxed{\mathbf{1п}}$ где је $I = \frac{1}{2}MR^2$ момент инерције ваљка, а α угаоно успорење ваљка. Дуж вертикале нема кретања ваљка те су по тој оси силе у равнотежи те важи $\mu N_1 + N_2 = m_1 g(4)$ $\boxed{\mathbf{1п}}$ Ваљак се, осим ротације, транслира (у истом смеру као и клин) убрзањем те важи $\mu N_2 - N_1 = m_1 a(5)$ $\boxed{\mathbf{1п}}$. Остаје још поставити једначине за клин. Посматрајмо слику 3 где су издвојене силе које делују на клин. Нема кретања дуж вертикале те су силе у равнотежи па важи $N_{eff.} = \mu N_1 + Mg + \frac{\sqrt{3}}{2}N$ $\boxed{\mathbf{2п}}$. Дуж хоризонталне осе кретање је убрзано те важи $N_1 - \frac{1}{2}N - \mu N_{eff.} = Ma$ $\boxed{\mathbf{1п}}$. Последње две једначине се могу одмах објединити у $(1 - \mu^2)N_1 - (\frac{\sqrt{3}}{2}\mu + \frac{1}{2})N - \mu Mg = Ma(6)$.

   Да би се одредио померај клина потребно је одредити убрзање клина и време потребно да се диск заустави. Одредимо за почетак убрзање клина. Замењивањем N_1 из (4) у (5) добија се $N_2 = \frac{2m(g + \mu a)}{1 + \mu^2}$. Сада се замењивањем лако може одредити $N_1 = \frac{2m(\mu g - a)}{1 + \mu^2}$. Заменом израза за N_1 и N_2 и једначине (2) у једначину (6) добија се $a = g\frac{\frac{2(1-\mu^2)}{1+\mu^2}\mu - 10\mu - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{3}{4}\mu}{10 + \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}\mu - \frac{2(1-\mu^2)}{1+\mu^2}}$ $\boxed{\mathbf{3п}}$. Из наведене једначине види се да је убрзање негативно те је претпостављени смер кретања погрешан. Како у систему има трења не може се тривијално из добијеног закључити интензитет убрзања у супротном смеру.

   Претпоставимо сада супротан смер убрзања система и одредимо једначине кретања. За тело масе m дуж клина важи $\frac{1}{2}mg + \frac{\sqrt{3}}{2}ma = ma'$ $\boxed{\mathbf{1п}}$ док ортогонално на раван клина важи $N = \frac{\sqrt{3}}{2}mg - \frac{1}{2}ma$. $\boxed{\mathbf{1п}}$ Посматрајмо сада кретање ваљка. Једначина за ротационо кретање ваљка остаје непромењена те се једначина (3) не мења. $\boxed{\mathbf{1п}}$ Дуж вертикале нема кретања ваљка те су по тој оси силе у равнотежи те важи $\mu N_1 + N_2 = m_1 g$ $\boxed{\mathbf{1п}}$ Ваљак се, осим ротације, транслира (у истом смеру као и клин) убрзањем те важи $N_1 - \mu N_2 = m_1 a$ $\boxed{\mathbf{1п}}$. Остаје још поставити једначине за клин. Нема кретања дуж вертикале те су силе у равнотежи па важи $N_{eff.} = \mu N_1 + Mg + \frac{\sqrt{3}}{2}N$ $\boxed{\mathbf{2п}}$. Дуж хоризонталне осе кретање је убрзано те важи $\frac{1}{2}N - \mu N_{eff.} - N_1 = Ma$ $\boxed{\mathbf{1п}}$. Последње две једначине се могу одмах објединити у $(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\mu)N - (1 + \mu^2)N_1 - \mu Mg = Ma$. Еквивалентним поступком добија се за убрзање $a = g\frac{\frac{\sqrt{3}}{4} - \mu\frac{3}{4} - 12\mu}{12 + \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}\mu}$ што је негативно. $\boxed{\mathbf{3п}}$

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

Из изведених информација закључује се да при задатим условима клин нема убрзања дуж хоризонтале. $\boxed{\textbf{2п}}$ Из $s=\frac{1}{2}at^2$ следи $s=0m$ $\boxed{\textbf{1п}}$

4. На почетку, пре ротације система тело масе m налази се у првом равнотежном положају као на слици 4. Силе које делују на тело разложићемо на две осе, једну паралелну оси АБ и другу нормално на њу, паралелно краку ОА. Из геометрије проблема може се одредити дужина опруге у овом положају и износи $2l_0$ што је веће од $d=l_0\sqrt{3}$ те опруга тежи да се контракује па делује на тело неком силом F_e ка тачки као на слици. Силе које делују дуж крака АБ су пројекција силе еластичне деформације опруге и сила трења која њу потире (тело мирује) те важи $\frac{1}{2}F_e=\mu N$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Дуж правца ОА важи $N=F_e\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\textbf{3п}}$ те заменом N из једног израза у други може се одредити коефицијент трења између тела масе m и крака АБ и износи $\mu=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Систем започиње ротацију назначену у тексту задатка, и како споро долази у нови равнотежни положај занемарићемо осцилације система. Систем се сада налази у другом равнотежном положају, чија геометрија је представљена сликом 5. Дужина опруге у овом положају износи $l=2l_0\sqrt{3}$ те је опруга деформисана (издужена) за $\Delta l=l_0\sqrt{3}$ $\boxed{\textbf{1п}}$ па сила еластичне деформације износи $F_e=kl_0\sqrt{3}$. Тело мирује те је сума свих сила које делују на њега једнака нули. Тело долази из положаја прве равнотеже у положај друге те су смерови сила трења F_{tr} и сила којом тело делује на шипку N постављени као на слици 5. Дуж правца АБ важи $m\omega^2 r sin(\alpha)=\mu N+\frac{\sqrt{3}}{2}k\Delta l$ $\boxed{\textbf{5п}}$ што након сређивања даје израз $3m\omega^2 l_0=\mu N+\frac{3}{2}kl_0$, док дуж правца ОА стоји $m\omega^2 r cos(\alpha)-\frac{1}{2}k\Delta l=N$ $\boxed{\textbf{5п}}$ тј. $N=m\omega^2 L-\frac{\sqrt{3}}{2}kl_0$ те се, након кратког рачуна, за коефицијент еластичности добија $k=m\omega^2(1-\frac{\sqrt{3}}{9}\frac{L}{l_0})$ $\boxed{\textbf{2п}}$.

5. Погледајмо произвољну i-ту композицију са албума. Угао за који треба заротирати плочу да репродукује ма коју композицију од почетка до краја не зависи од угаоне брзине плоче, већ само од начина уписивања музике на њу, те како се користи једна те иста плоча и пребрисан угао не зависи од угаоне брзине ротације. Како се плоча ротира константном угаоном брзином важи $\Theta=\omega t$. У случају слушања i-те композиције при препорученој угаоној брзини (ω_0) плочи је потребна тачно оригинална дужина трајања композиције (означимо са t_i^0) да се заротира за угао Θ те важи $\Theta=\omega_0 t_i^0$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Када Александар пушта исту композицију са угаоном брзином ω_i плочи је потребна тачно мерена дужина трајања i-те композиције (t_i) па важи $\Theta=\omega_i t_i$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Изједначавањем претходних једначина добија се веза $\frac{t_i^0}{t_i}=\frac{1}{\omega_0}\omega_i$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Зависност $\frac{t_i^0}{t_i}=f(\omega_i)$ је линеарна по ω_i те се цртањем графика $\frac{t_i^0}{t_i}=f(\omega_i)$ може одредити препоручена угаона брзина. $\boxed{\textbf{2п}}$ Нека је $y=\frac{t_i^0}{t_i}$,$x=\omega_i$ и $k=\frac{1}{\omega_0}$.

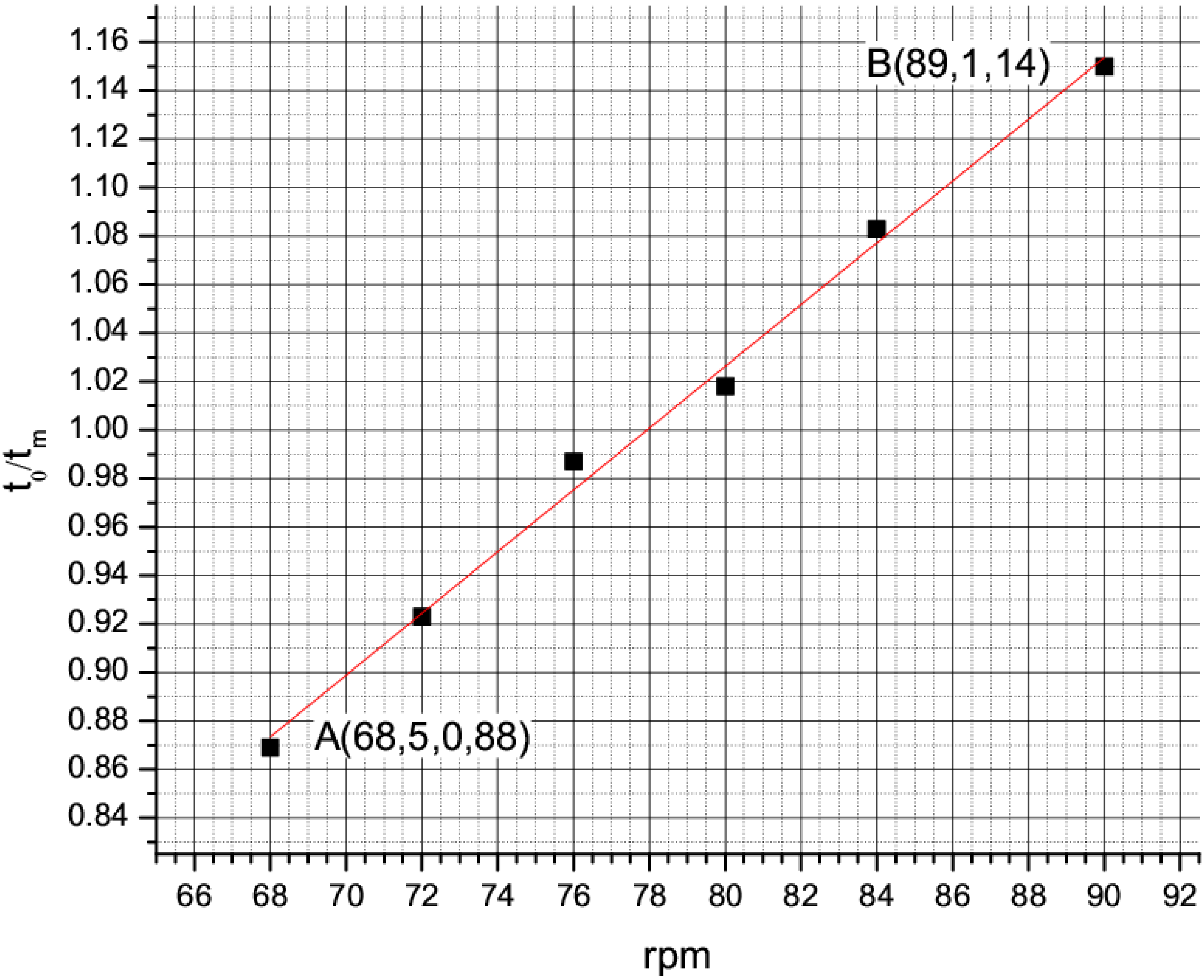
График се не може нацртати ако пре тога не буде направљена табела података које желимо представити. Грешка за Δy се може одредити као $\Delta y=t_i^0\frac{\Delta t_i}{t_i^2}$. Дужине трајања композиција најпрактичније је представити у секундама.

Уређена табела је представљена испод. За тачно направљену табелу дати $\boxed{\textbf{3п}}$ поена. Ако исцртамо график зависности ових података добија се график као на слици. Потребне су нам две неексперименталне тачке да одредимо коефицијент правца. Прва се мора налазити између прве две експерименталне тачке и нека је А(68,5;0,88), док се друга треба налазити између последње две и нека је то тачка Б(89;1,14). Коефицијент правца се сада налази по формули $k=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$ и износи $k=0{,}012682927\frac{1}{rpm}$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Грешку за коефицијент правца можемо одредити као $\frac{\Delta k}{k}=\frac{\Delta y_A+\Delta y_B}{|y_A-y_B|}$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$ јер по x оси занемарујемо грешке. За вредности Δy_A узимамо већу од експерименталних грешки прве две тачке и то износи $\Delta y_A=0{,}008$, док за грешку Δy_B узимамо већу од експерименталних грешки последње две тачке што износи $\Delta y_B=0{,}015$. Грешка коефицијента правца износи $\Delta k=0{,}00001423\frac{1}{rpm}$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Сада се лако може одредити препоручена угаона брзина и она износи $\omega_0=\frac{1}{k}=78{,}846253rpm$. Грешка при рачунању ω_0 налази се из $\Delta\omega_0=\frac{\Delta k}{k^2}$ и износи $\Delta\omega_0=0{,}088461rpm$ те се за коначно решење добија $\omega_0=(78{,}85\pm0{,}09)rpm$ $\boxed{\textbf{1п}}$.

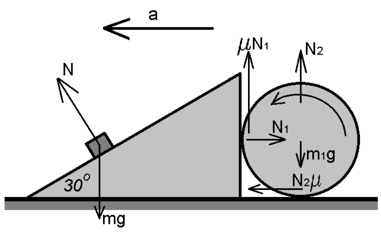
За тачно нацртан график се додељује $\boxed{\textbf{4п}}$.

No.	Merena dužina [s]	Originalna dužina [s]	originalna/merena dužina	RPM	greška odnosa
1	221	192	0,869	68	0,008
2	287	265	0,923	72	0,007
3	224	221	0,987	76	0,009
4	169	172	1,018	80	0,012
5	204	221	1,083	84	0,011
6	153	176	1,150	90	0,015

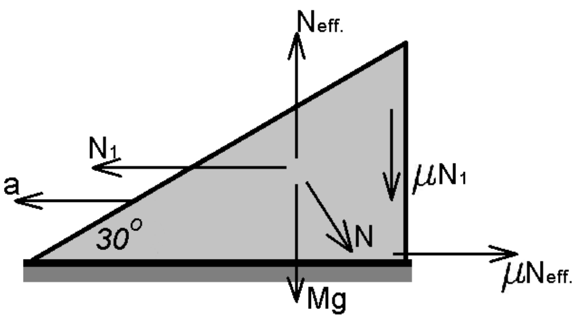
Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд



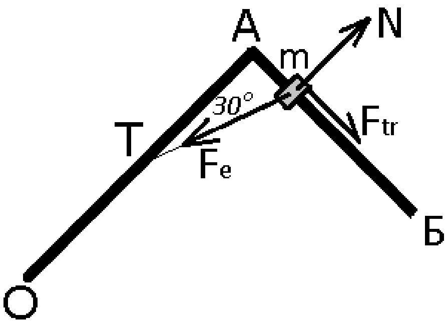
Слика 1: Табела за пети задатак.



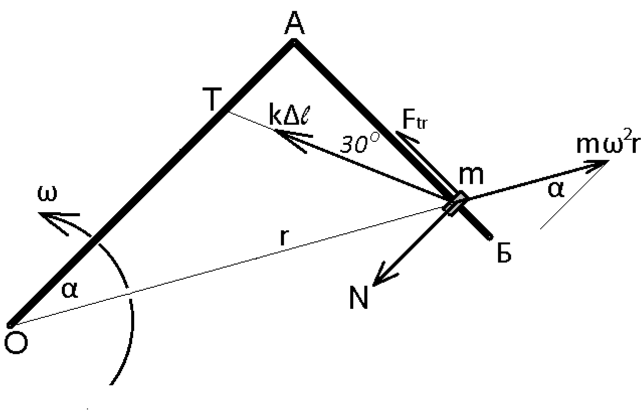
Слика 2: Слика уз трећи задатак.



Слика 3: Слика уз трећи задатак.

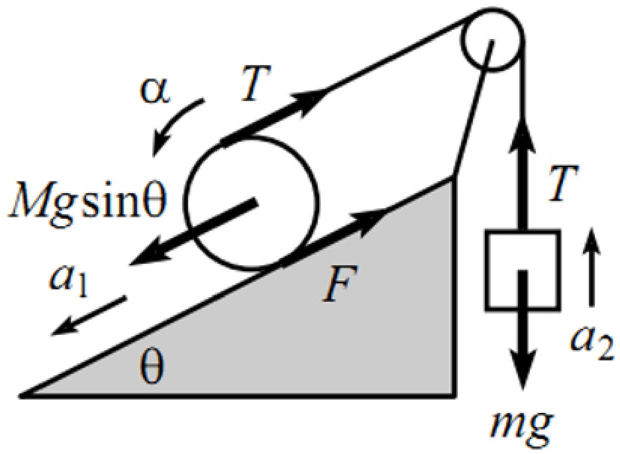


Слика 4: Слика уз четврти задатак.



Слика 5: Слика уз четврти задатак.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд



Слика 6: Слика уз други задатак.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2018/2019. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

I разред **ЗАДАЦИ – БОЗОНСКА КАТЕГОРИЈА*** **РЕПУБЛИЧКИ НИВО** **22. март 2019.**

1. Тело је испаљено са стрме равни нагиба $\phi = 30°$ почетном брзином $v_0 = 19{,}18\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ под углом од $\theta = 60°$ у односу на хоризонталу, као што је приказано на слици 1. Израчунати за колико се тело померило уз стрму раван у односу на почетни положај у тренутку када поново дође у контакт са стрмом равни. **(15 поена)**.

2. Нит је намотана на цилиндар масе M и полупречника R. У почетном тренутку цилиндар мирује на стрмој равни угла нагиба 30°. Између цилиндра и стрме равни постоји трење. Нит је пребачена преко котура чија се маса може занемарити и спојена је са телом масе $m = M/8$ као на слици 2. Ако се претпостави да се цилиндар котрља без клизања, да нит не проклизава по котуру и да је нит паралелна са стрмом равни, одредити убрзања ових тела. **(20 поена)**.

3. На клин масе $M = 10m$ (слика 3) постављено је мало тело масе m. Између тела и клина нема трења. Коефицијент трења између клина и подлоге износи μ. У тренутку $t = 0$ ротирајући ваљак масе $m_1 = 2m$ и полупречника $R = 15cm$ постављен је уз клин као на слици 3. Коефицијент трења између клина и ваљка једнак је коефицијенту трења између ваљка и подлоге и износи такође μ. Почетна угаона брзина ваљка износи $\omega = 1200\frac{revolucija}{min}$. За колико се померио клин по подлози од тренутка постављања ваљка до тренутка престанка ротације ваљка ако коефицијент трења износи $\mu = 0{,}2$? Тело масе m се за све време кретања налази на клину. Ваљак је за све време кретања тела у сталном контакту са клином и подлогом. Кретање центара маса тела врши се у истој фиксној вертикалној равни. За све време кретања долази до проклизавања ваљка по подлози. **(25 поена)**.

4. На ригидну металну шипку облика ћириличног слова Г, која лежи у хоризонталној равни, постављено је тело масе m као на слици 4. Дужина OA са слике износи L. Тело масе m се у почетном тренутку налази у равнотежном положају на растојању l_0 од тачке A. Лака идеална опруга, дужине $d = l_0\sqrt{3}$ у недеформисаном стању, прикачена је за крак OA са једне и тело масе m са друге стране, при чему у равнотежном положају заклапа угао од 30^o са краком OA као на слици 4. У тренутку $t = 0$ почиње ротација целог система око вертикалне осе која пролази кроз тачку O. Систем је полако доведен до угаоне брзине ω и тада престаје даље убрзавање система. Тело масе m је сада у новом равнотежном положају у коме опруга и крак OA заклапају угао од 60^o као на слици 4. Одредити коефицијент еластичности опруге ако је познато да између тела масе m и крака AB има трења. L и l_0 су везани релацијом $L < 3\sqrt{3}l_0$. **(20 поена)**.

5. Жан-Батист Ренарт, звани Џанго (франц. Jean „Django"Reinhardt) био је француски гитариста и композитор џез музике. Упркос никаквом музичком образовању и чињеници да су му два прста леве шаке била повређена, Џанго је ипак успео да остане запамћен у историји као инзванредан гитариста и композитор. Заједничким напором са Стефаном Грапелијем (франц. Stéphane Grappelli француски џез виолиниста), успео је да створи композиције које су и дан данас препознатљиве и занимљиве за слушање. Музика тог доба најчешће је записивана на музичким плочама, а са њих је преслушавана коришћењем грамофона.

   Грамофон је механички уређај за репродукцију звука са плоча и састоји се од три целине: Ручице са грамофонском иглом, механизма за појачавање звука и погонског механизма који је окретао плоче. Бразде које су одговарале звуку урезаном на плочу доводиле су до вибрација грамофонске игле, која их је даље преносила до система за појачавање звука где су се претварале у музику. На телу грамофона, одмах до механизма за окретање плоча, налази се ручица за контролисање угаоне брзине ротације плоче. Угаона брзина плоче мери се у броју ротација плоче по минути, краће записано RPM(Revolutions Per Minute).

   Једнога дана, док је седео са својим пријатељима, Александар је ушао у жестоку дебату о квалитету музике прошлог века и у сврху тога је отишао до своје куће да узме старе плоче. Пронашао је, крај плоча, свој стари грамофон и решио да провери да ли ради како треба. Након завршеног техничког прегледа уређаја дохватио је плочу свог омиљеног албума под називом „Djangology"аутора Џанга и Грапелија и поставио је на грамофон. Како би Џангов и Грапелијев џез представио у најбољем светлу хтео је да постави угаону брзину плоче тачно на препоручену, али је дошао до проблема, заборавио је колико она износи. Срећом имао је написане дужине трајања свих шест песама са плоче, пуштане при препорученој угаоној брзини. Дужине трајања песама као и њихова имена могу се наћи у табели датој у задатку. Уз помоћ ових информација и приступа грамофону могао је прецизно одредити препоручену угаону брзину плоче.

   Поставио је иглу на почетак прве композиције, поставио прву вредност угаоне брзине плоче и одслушао целу композицију. У табелу је унео измерену дужину трајања песме. Након што се она завршила, пре почетка следеће композиције, повећао је угаону брзину плоче и поновио цео поступак. Када је завршио преслушавање целе плоче добио је табелу задату у задатку.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

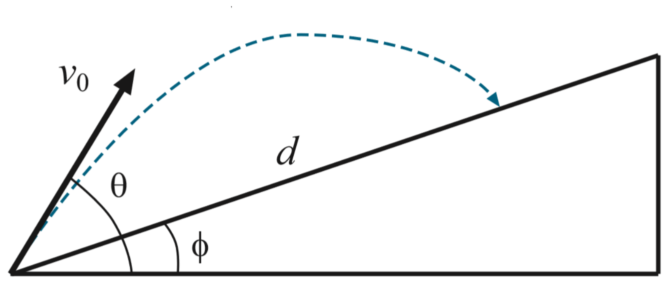
Користећи табелу коју је Александар начинио одредити препоручену угаону брзину плоче. Грешка при мерењу дужине трајања композиције износи $\Delta t = 2s$, док се грешке угаоне брзине плоче могу занемарити. Угаону брзину представити у RPM. Дужине трајања композиција при препорученој угаоној брзини узети без грешке.

No.	Ime kompozicije	Originalna dužina	RPM	Merena dužina
1	Minor Swing	3min11s	68	3min41s
2	La Mer	4min25s	72	4min47s
3	Brick Top	3min41s	76	3min44s
4	Honeysuckle Rose	2min52s	80	2min49s
5	Heavy Artillery	3min41s	84	3min24s
6	Djangology	2min55s	90	2min33s

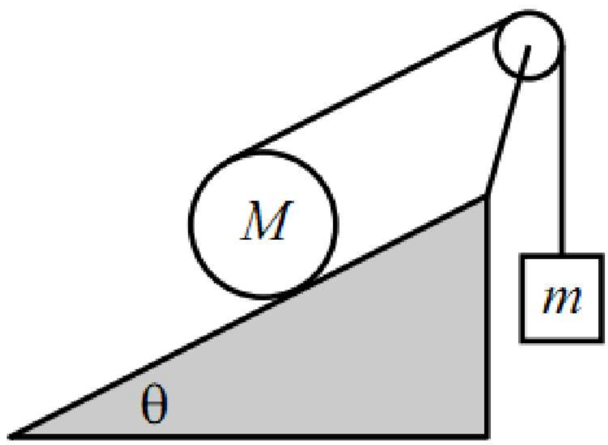
(20 поена)

Приликом решавања задатака користити да је убрзање силе Земљине теже $g = 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$.

*У бозонској категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за област математика и физика.

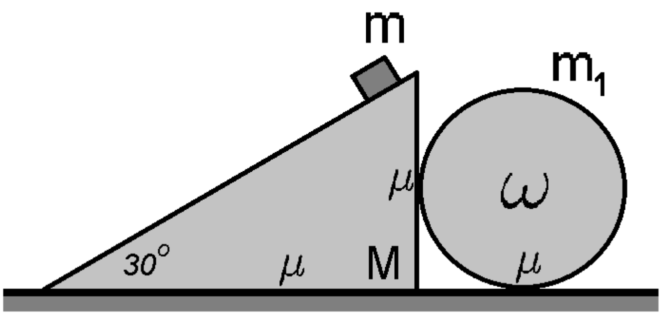


Слика 1: Слика уз први задатак.

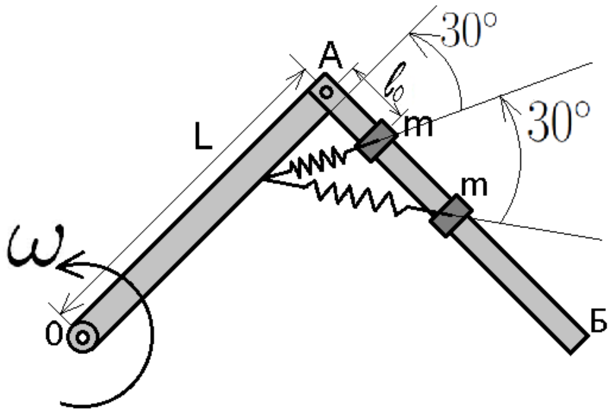


Слика 2: Слика уз други задатак.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд



Слика 3: Слика уз трећи задатак.



Слика 4: Слика уз четврти задатак.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

1. Нека тело почиње кретање из координатног почетка. Једначине кретања по x и y-оси су $x = v_0 \cos\theta t$ и $y = v_0 \sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Комбиновањем ових једначина, може се наћи веза између x и y координате тела током косог хица. Ако се из прве једначине изрази време као $t = \frac{x}{v_0 \cos\theta}$ и убаци у другу, добија се $y = x\tan\theta - \frac{g}{2}\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\theta}$. $\boxed{\textbf{4п}}$. Да би се пронашла тачка у којој ће тело пасти на стрму раван, потребно је повезати x и y координате тачака које леже на стрмој равни. Како је коефицијент правца стрме равни $\tan\phi$, ова веза је $y = (\tan\phi)x$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Из две једначине које повезују x и y могуће је израчунати вредност x кординате тачке у којој ће тело пасти на стрму раван, и она износи $x = \frac{2v_0^2\cos^2\theta(\tan\theta - \tan\phi)}{g}$. Веза између вредности x - координате и растојања d на стрмој равни је $d = \frac{x}{\cos\phi}$, одакле је $d = \frac{2v_0^2\cos^2\theta(\tan\theta-\tan\phi)}{g\cos\phi}$ $\boxed{\textbf{5п}}$. Убацивањем бројевних вредности, добија се да је $d = 25\text{m}$ $\boxed{\textbf{1п}}$.

2. Све релевантне величине за решавање овог проблема су приказане на слици 6. Непознате величине у овом задатку су a_1, a_2, α, T i F. На основу слике један можемо записати следеће једначине: $T - mg = ma_2$ и $Mg\sin\theta - T - F = Ma_1$ $\boxed{\textbf{5п}}$. Ако се узме у обзир момент силе који делује на цилиндар, добија се: $(F - T)R = (\frac{1}{2}MR^2)\alpha$ $\boxed{\textbf{3п}}$, док се из чињенице да се цилиндар котрља без клизања зна да важи $a_1 = \alpha R$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Да бисмо пронашли пету једначину која нам омогућава решавање овог система, посматрајмо шта се деси када се тег са десне стране за неко произвољно време Δt подигне за $\frac{1}{2}a_2(\Delta t)^2$. За то време цилиндар ће услед ротације и транслације повући укупну дужину нити од $\frac{1}{2}a_1(\Delta t)^2 + \frac{1}{2}R\alpha(\Delta t)^2 = \frac{1}{2}(2a_1)(\Delta t)^2$. Како се укупна дужина нити очувава током кретања, следи да је $a_2 = 2a_1$ $\boxed{\textbf{4п}}$(исто следи и из разматрања ситуације кад се тело са десне стране спусти). Сређивањем једначина добија се да је $a_2 = \frac{4(Mg\sin\theta - 2mg)}{3M+8m}$ $\boxed{\textbf{4п}}$, одакле се сређивањем добија релација $a_2 = (g\sin\theta - \frac{g}{4}) = \frac{g}{4}$, па је $a_1 = \frac{g}{8}$ $\boxed{\textbf{2п}}$

3. Како су клин и ваљак у сталном међусобном контакту транслаторна убрзања клина и ваљка су у сваком тренутку једнака и обележимо их са a. Задатак ћемо решавати из референтног координатног система везаног за клин. Референтни систем је неинерцијалан те ће на тело масе m деловати инерцијална сила. На слици 2 су назначене силе које делују на тела масе m и m_1. Посматрајмо за почетак тело масе m. Силе ћемо разложити на два правца, један дуж стрме равни и други ортогоналан на њега у вертикалној равни по којој се крећу центри маса тела у систему. Дуж стрме равни важи $\frac{1}{2}mg - \frac{\sqrt{3}}{2}ma = ma'(1)$ $\boxed{\textbf{1п}}$ где је a' убрзање тела m низ клин. За силе дуж друге, ортогоналне, осе важи $N = \frac{1}{2}ma + \frac{\sqrt{3}}{2}mg(2)$ $\boxed{\textbf{1п}}$ где N представља силу којом клин делује на тело. Посматрајмо сада тело масе m_1. Ротационо кретање је услед трења успорено и важи $\mu RN_1 + \mu RN_2 = I\alpha(3)$ $\boxed{\textbf{1п}}$ где је $I = \frac{1}{2}MR^2$ момент инерције ваљка, а α угаоно успорење ваљка. Дуж вертикале нема кретања ваљка те су по тој оси силе у равнотежи те важи $\mu N_1 + N_2 = m_1 g(4)$ $\boxed{\textbf{1п}}$ Ваљак се, осим ротације, транслира (у истом смеру као и клин) убрзањем те важи $\mu N_2 - N_1 = m_1 a(5)$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Остаје још поставити једначине за клин. Посматрајмо слику 3 где су издвојене силе које делују на клин. Нема кретања дуж вертикале те су силе у равнотежи па важи $N_{eff.} = \mu N_1 + Mg + \frac{\sqrt{3}}{2}N$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Дуж хоризонталне осе кретање је убрзано те важи $N_1 - \frac{1}{2}N - \mu N_{eff.} = Ma$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Последње две једначине се могу одмах објединити у $(1-\mu^2)N_1 - (\frac{\sqrt{3}}{2}\mu + \frac{1}{2})N - \mu Mg = Ma(6)$.

   Да би се одредио померај клина потребно је одредити убрзање клина и време потребно да се диск заустави. Одредимо за почетак убрзање клина. Замењивањем N_1 из (4) у (5) добија се $N_2 = \frac{2m(g+\mu a)}{1+\mu^2}$. Сада се замењивањем лако може одредити $N_1 = \frac{2m(\mu g - a)}{1+\mu^2}$. Заменом израза за N_1 и N_2 и једначине (2) у једначину (6) добија се $a = g\frac{\frac{2(1-\mu^2)}{1+\mu^2}\mu - 10\mu - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{3}{4}\mu}{10 + \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}\mu - \frac{2(1-\mu^2)}{1+\mu^2}}$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Из наведене једначине види се да је убрзање негативно те је претпостављени смер кретања погрешан. Како у систему има трења не може се тривијално из добијеног закључити интензитет убрзања у супротном смеру.

   Претпоставимо сада супротан смер убрзања система и одредимо једначине кретања. За тело масе m дуж клина важи $\frac{1}{2}mg + \frac{\sqrt{3}}{2}ma = ma'$ $\boxed{\textbf{1п}}$ док ортогонално на раван клина важи $N = \frac{\sqrt{3}}{2}mg - \frac{1}{2}ma$. $\boxed{\textbf{1п}}$ Посматрајмо сада кретање ваљка. Једначина за ротационо кретање ваљка остаје непромењена те се једначина (3) не мења. $\boxed{\textbf{1п}}$ Дуж вертикале нема кретања ваљка те су по тој оси силе у равнотежи те важи $\mu N_1 + N_2 = m_1 g$ $\boxed{\textbf{1п}}$ Ваљак се, осим ротације, транслира (у истом смеру као и клин) убрзањем те важи $N_1 - \mu N_2 = m_1 a$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Остаје још поставити једначине за клин. Нема кретања дуж вертикале те су силе у равнотежи па важи $N_{eff.} = \mu N_1 + Mg + \frac{\sqrt{3}}{2}N$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Дуж хоризонталне осе кретање је убрзано те важи $\frac{1}{2}N - \mu N_{eff.} - N_1 = Ma$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Последње две једначине се могу одмах објединити у $(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\mu)N - (1+\mu^2)N_1 - \mu Mg = Ma$. Еквивалентним поступком добија се за убрзање $a = g\frac{\frac{\sqrt{3}}{4} - \mu\frac{3}{4} - 12\mu}{12 + \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}\mu}$ што је негативно. $\boxed{\textbf{3п}}$

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

Из изведених информација закључује се да при задатим условима клин нема убрзања дуж хоризонтале. $\boxed{\textbf{2п}}$ Из $s = \frac{1}{2}at^2$ следи $s = 0m$ $\boxed{\textbf{1п}}$

4. На почетку, пре ротације система тело масе m налази се у првом равнотежном положају као на слици 4. Силе које делују на тело разложићемо на две осе, једну паралелну оси АБ и другу нормално на њу, паралелно краку ОА. Из геометрије проблема може се одредити дужина опруге у овом положају и износи $2l_0$ што је веће од $d = l_0\sqrt{3}$ те опруга тежи да се контракује па делује на тело неком силом F_e ка тачки као на слици. Силе које делују дуж крака АБ су пројекција силе еластичне деформације опруге и сила трења која њу потире (тело мирује) те важи $\frac{1}{2}F_e = \mu N$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Дуж правца ОА важи $N = F_e\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\textbf{3п}}$ те заменом N из једног израза у други може се одредити коефицијент трења између тела масе m и крака АБ и износи $\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Систем започиње ротацију назначену у тексту задатка, и како споро долази у нови равнотежни положај занемарићемо осцилације система. Систем се сада налази у другом равнотежном положају, чија геометрија је представљена сликом 5. Дужина опруге у овом положају износи $l = 2l_0\sqrt{3}$ те је опруга деформисана (издужена) за $\Delta l = l_0\sqrt{3}$ $\boxed{\textbf{1п}}$ па сила еластичне деформације износи $F_e = kl_0\sqrt{3}$. Тело мирује те је сума свих сила које делују на њега једнака нули. Тело долази из положаја прве равнотеже у положај друге те су смерови сила трења F_{tr} и сила којом тело делује на шипку N постављени као на слици 5. Дуж правца АБ важи $m\omega^2 r sin(\alpha) = \mu N + \frac{\sqrt{3}}{2}k\Delta l$ $\boxed{\textbf{5п}}$ што након сређивања даје израз $3m\omega^2 l_0 = \mu N + \frac{3}{2}kl_0$, док дуж правца ОА стоји $m\omega^2 r cos(\alpha) - \frac{1}{2}k\Delta l = N$ $\boxed{\textbf{5п}}$ тј. $N = m\omega^2 L - \frac{\sqrt{3}}{2}kl_0$ те се, након кратког рачуна, за коефицијент еластичности добија $k = m\omega^2(1 - \frac{\sqrt{3}}{9}\frac{L}{l_0})$ $\boxed{\textbf{2п}}$.

5. Погледајмо произвољну i-ту композицију са албума. Угао за који треба заротирати плочу да репродукује ма коју композицију од почетка до краја не зависи од угаоне брзине плоче, већ само од начина уписивања музике на њу, те како се користи једна те иста плоча и пребрисан угао не зависи од угаоне брзине ротације. Како се плоча ротира константом угаоном брзином важи $\Theta = \omega t$. У случају слушања i-те композиције при препорученој угаоној брзини (ω_0) плочи је потребна тачно оригинална дужина трајања композиције (означимо са t_i^0) да се заротира за угао Θ те важи $\Theta = \omega_0 t_i^0$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Када Александар пушта исту композицију са угаоном брзином ω_i плочи је потребна тачно мерена дужина трајања i-те композиције (t_i) па важи $\Theta = \omega_i t_i$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Изједначавањем претходних једначина добија се веза $\frac{t_i^0}{t_i} = \frac{1}{\omega_0}\omega_i$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Зависност $\frac{t_i^0}{t_i} = f(\omega_i)$ је линеарна по ω_i те се цртањем графика $\frac{t_i^0}{t_i} = f(\omega_i)$ може одредити препоручена угаона брзина. $\boxed{\textbf{2п}}$ Нека је $y = \frac{t_i^0}{t_i}$,$x = \omega_i$ и $k = \frac{1}{\omega_0}$.

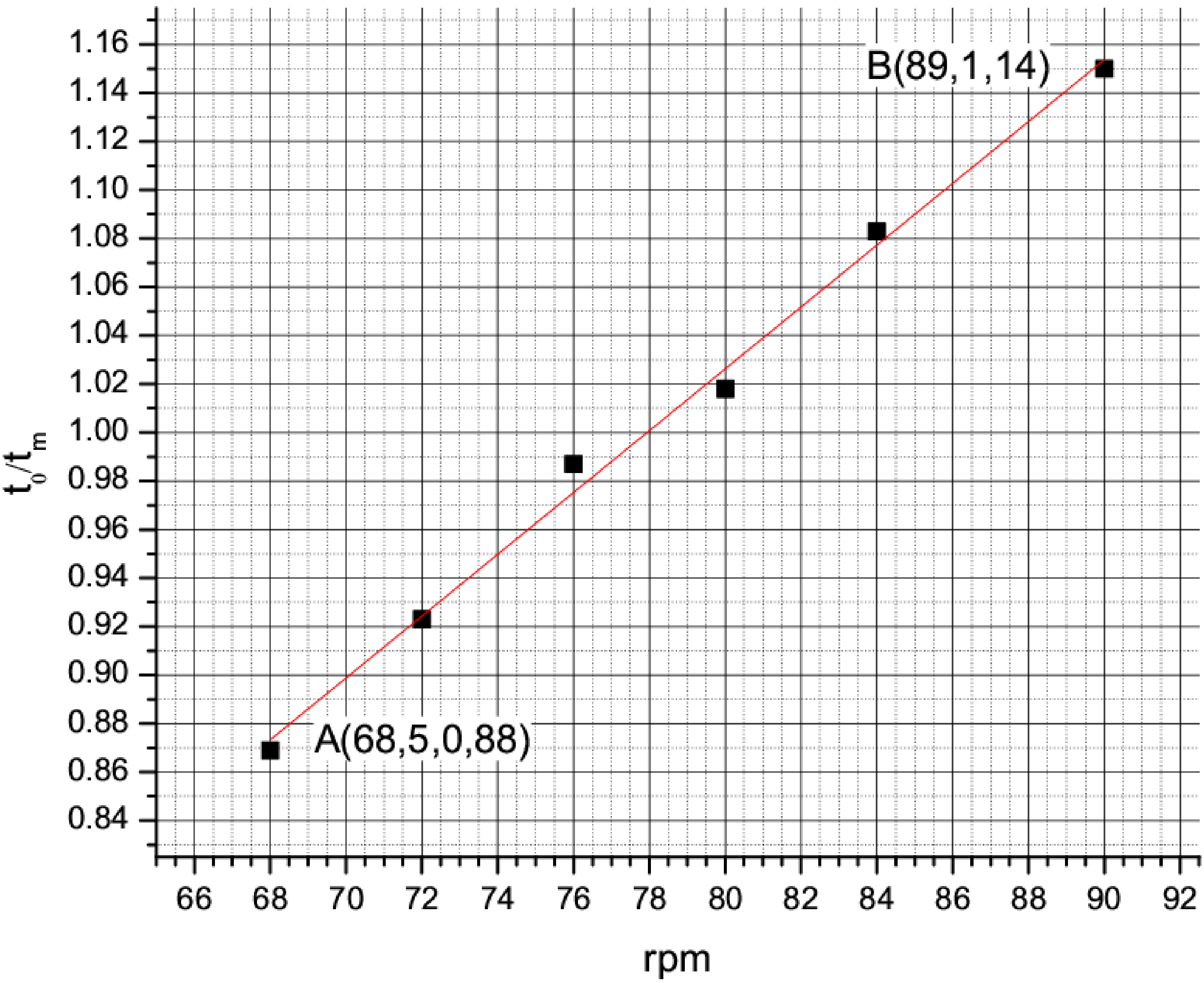
График се не може нацртати ако пре тога не буде направљена табела података које желимо представити. Грешка за Δy се може одредити као $\Delta y = t_i^0\frac{\Delta t_i}{t_i^2}$. Дужине трајања композиција најпрактичније је представити у секундама.

Уређена табела је представљена испод. За тачно направљену табелу дати $\boxed{\textbf{3п}}$ поена. Ако исцртамо график зависности ових података добија се график као на слици. Потребне су нам две нееексперименталне тачке да одредимо коефицијент правца. Прва се мора налазити између прве две експерименталне тачке и нека је А(68,5;0,88), док се друга треба налазити између последње две и нека је то тачка Б(89;1,14). Коефицијент правца се сада налази по формули $k = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$ и износи $k = 0{,}012682927\frac{1}{rpm}$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Грешку за коефицијент правца можемо одредити као $\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta y_A + \Delta y_B}{|y_A - y_B|}$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$ јер по x оси занемарујемо грешке. За вредности Δy_A узимамо већу од експерименталних грешки прве две тачке и то износи $\Delta y_A = 0{,}008$, док за грешку Δy_B узимамо већу од експерименталних грешки последње две тачке што износи $\Delta y_B = 0{,}015$. Грешка коефицијента правца износи $\Delta k = 0{,}00001423\frac{1}{rpm}$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Сада се лако може одредити препоручена угаона брзина и она износи $\omega_0 = \frac{1}{k} = 78{,}846253 rpm$. Грешка при рачунању ω_0 налази се из $\Delta\omega_0 = \frac{\Delta k}{k^2}$ и износи $\Delta\omega_0 = 0{,}088461 rpm$ те се за коначно решење добија $\omega_0 = (78{,}85 \pm 0{,}09) rpm$ $\boxed{\textbf{1п}}$.

За тачно нацртан график се додељује $\boxed{\textbf{4п}}$.

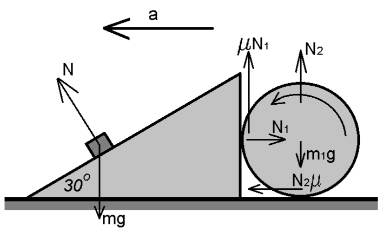
No.	Merena dužina [s]	Originalna dužina [s]	originalna/merena dužina	RPM	greška odnosa
1	221	192	0,869	68	0,008
2	287	265	0,923	72	0,007
3	224	221	0,987	76	0,009
4	169	172	1,018	80	0,012
5	204	221	1,083	84	0,011
6	153	176	1,150	90	0,015

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

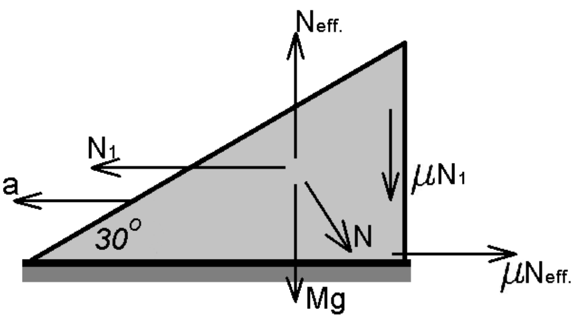


Слика 1: Табела за пети задатак.

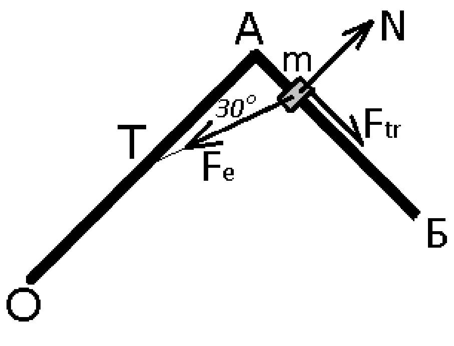
Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд



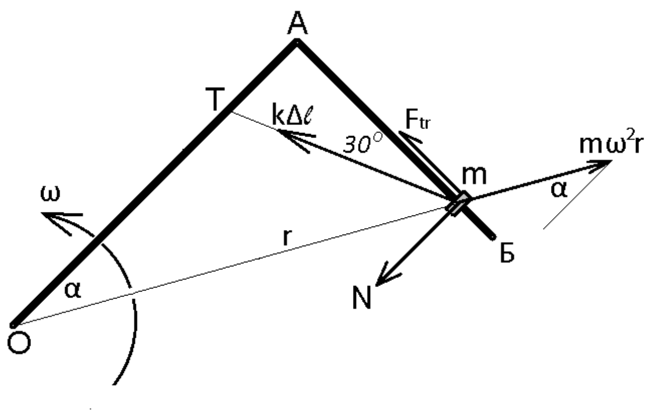
Слика 2: Слика уз трећи задатак.



Слика 3: Слика уз трећи задатак.

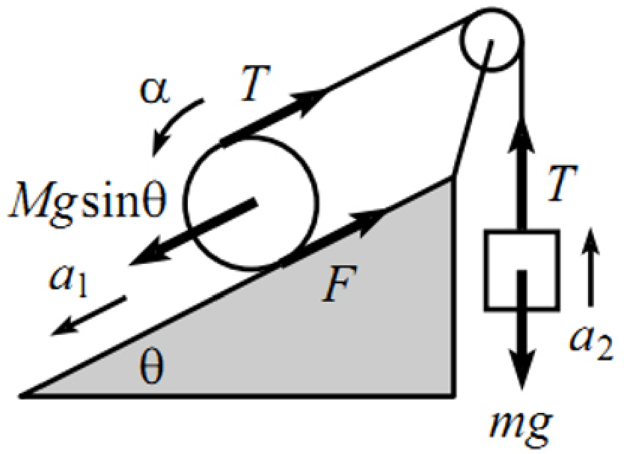


Слика 4: Слика уз четврти задатак.



Слика 5: Слика уз четврти задатак.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд



Слика 6: Слика уз други задатак.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд