ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2017/2018. ГОДИНЕ

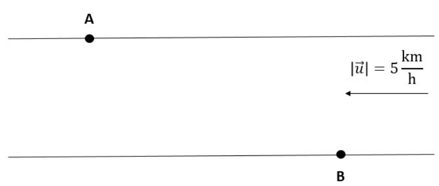
Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
ЗАДАЦИ – ФЕРМИОНСКА КАТЕГОРИЈА*

I разред **ОПШТИНСКИ НИВО**
25. фебруар 2018.

1. Два камена баце се истовремено из тачке O почетним брзинама истог интензитета $v_0 = 6\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}$. Први камен се баци вертикално увис, а други под углом од 30° у односу на хоризонталу.
   а) Колико је растојање између два камена након 0,2s од њиховог бацања?
   б) Након колико времена од бацања камена ће растојање међу њима бити дупло веће у односу на растојање након 0,2s?
   (20 поена)

2. Аутомобил дужине 3,33m се налази у десној траци. На растојању од 7m испред њега се налази камион. И аутомобил и камион се крећу праволинијски, брзином од $80\frac{\mathsf{km}}{\mathsf{h}}$. У једном тренутку, аутомобил креће у претицање камиона. У тренутку када се аутомобил пребацио у леву траку, почиње две секунде да убрзава константним убрзањем до брзине од $90\frac{\mathsf{km}}{\mathsf{h}}$, док камион за то исто време успорава до $70\frac{\mathsf{km}}{\mathsf{h}}$, такође константним убрзањем. Након што постигну те брзине и камион и аутомобил се крећу константном брзином све док се аутомобил не нађе на 7m испред камиона, након чега се пребацује у десну траку. Уколико је аутомобил провео укупно 7s у левој траци и уколико се претпостави да аутомобил из једне у другу траку прелази за занемарљиво кратко време, одредити дужину камиона. **(20 поена)**

3. Два рибара се налазе у тачкама A и B које се налазе на супротним обалама реке широке $d = 60\mathsf{m}$ и ваздушном линијом су удаљене $l = 100\mathsf{m}$. Рибари полазе својим чамцима у исто време и заустављају чамац када се нађе на половини реке. Чамац који је возио рибар који полази из тачке B се креће низводно брзином од $10\frac{\mathsf{km}}{\mathsf{h}}$ и држи курс под углом од 60° у односу на линију обале на којој се налази тачка B. Ако је чамац из тачке A, крећући се узводно брзином од $9\frac{\mathsf{km}}{\mathsf{h}}$, стигао до половине реке 11,5s након чамца из тачке B, одредити угао под којим је, у односу на линију обале на којој се налази тачка A, држао курс чамац из тачке A, као и растојање између два чамца у тренутку када су се оба нашла на средини реке. Интензитет, правац и смер брзине реке $\vec{u}$ је приказан на Слици 1. **(20 поена)**



Слика 1: Слика уз трећи задатак.

4. Два часовника се налазе на зиду један поред другог. Први је тачан, док други жури, али не више од 17 минута. Када је на тачном часовнику 12 сати и 10 минута, угао између његове мале и велике казаљке је за 93°30′ мањи од истог угла код часовника који жури. Колико жури други часовник у односу на први? **(20 поена)**

5. Три тачке са координатама A(0,32m), B(0,16m), C(0,0) леже на једној вертикалној правој. Тачка A почне да се креће удесно равномерно праволинијски брзином $v = 12\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}$ по хоризонталној правој. Истовремено крене и тачка B без почетне брзине улево и креће се једнако убрзано, убрзањем $a = 2\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}^2}$ по правој паралелној путањи тачке A. Ако би истовремено са овим тачкама кренула и тачка C по хоризонталној правој, колики пут она пређе за 4s, ако након тога све тачке поново леже на једној правој линији? Ако тачка C креће из мировања и креће се равномерно убрзано, колико је интензитет њеног убрзања? **(20 поена)**

Приликом решавања задатака користити да је убрзање силе Земљине теже $g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$.

*У фермионској категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима средњих стручних школа, уметничких школа и свих врста гимназија осим специјализованих гимназија за области математика и физика.

Задатке припремили: *др Петар Мали* и *мастер Давид Кнежевић*, Природно-математички факултет, Нови Сад
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2017/2018. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

I разред | **РЕШЕЊА – ФЕРМИОНСКА КАТЕГОРИЈА** | **ОПШТИНСКИ НИВО** **25. фебруар 2018.**

1. Један камен се баци вертикално увис. За њега важи $h_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Други камен је избачен косим хицем. Његове пројекције брзина су $v_{0x} = v_0 \cos\alpha = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\textbf{2п}}$ и $v_{0y} = v_0 \sin\alpha = \frac{v_0}{2}$ $\boxed{\textbf{2п}}$, где је $\alpha = 30°$. (Поред тригонометријских релација, може се користити и допуна до једнакостраничног троугла). Једначине кретања другог камена су $h_2 = v_{0y} t - \frac{gt^2}{2}$ $\boxed{\textbf{2п}}$ и $x_2 = v_{0x} t$ $\boxed{\textbf{2п}}$. а) Растојање d између два камена након времена t, може се добити применом Питагорине теореме $d(t) = \sqrt{(h_1 - h_2)^2 + x_2^2}$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Након замене израза за h_1, h_2, x_2 у израз за $d(t)$, добија се $d(t) = v_0 t$. Након $t_1 = 0{,}2\mathsf{s}$, растојање између два камена биће $d(t_1) = v_0 t_1 = 1{,}2\mathsf{m}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. б) Како је зависност $d(t) = v_0 t$ линеарна функција времена, растојање између два камена ће бити дупло веће када и време кретања буде два пута веће $\boxed{\textbf{2п}}$. То ће бити за $t_2 = 0{,}4\mathsf{s}$ $\boxed{\textbf{2п}}$.

2. Убрзање аутомобила је $a_a = \frac{v_a - v_{a0}}{t_1}$ $\boxed{\textbf{2п}}$, а убрзање камиона је $a_k = \frac{v_k - v_{k0}}{t_1}$ $\boxed{\textbf{2п}}$, где је $t_1 = 2\mathsf{s}$. Током две секунде током којих аутомобил убрзава, а камион успорава, релативна брзина аутомобила у односу на камион се мења као $\Delta v = v_a - v_k = v_{a0} + a_a t - v_{k0} + a_k t$. Како је $v_{ao} = v_{k0}$ и $a_a = a_k = a$, следи да је $\Delta v = 2at$ $\boxed{\textbf{6п}}$. Дакле, ово кретање је еквивалентно кретању где камион не мења брзину, а аутомобил се креће из мировања са убрзањем $2a$. У току две секунде током којих убрзава, аутомобил ће прећи пут од $s_1 = \frac{1}{2} 2 a t_1^2 = a t_1^2$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Наредних $t_2 = 5\mathsf{s}$ аутомобил се креће константном брзином од $v_k = 2at_1$, при чему прелази пут од $s_2 = v_k t_2 = 2 a t_1 t_2$, где је $t_2 = t - t_1$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Током $t = 7\mathsf{s}$ колико је провео у левој траци, аутомобил је прешао пут од $s = s_1 + s_2 = a t_1^2 + 2 a t_1 (t - t_1) = 33{,}33\mathsf{m}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Да би дошао у позицију да се нађе седам метара испред камиона, аутомобил треба да пређе $s = 7\mathsf{m} + l_k + 7\mathsf{m} + l_a = 14\mathsf{m} + l_k + l_a$, где су l_kи l_a дужине камиона и аутомобила, респективно. Одатле следи да је дужина камиона $l_k = s - l_a - 14\mathsf{m} = 16\mathsf{m}$ $\boxed{\textbf{4п}}$.
   други начин:
   Убрзање камиона је $a_k = \frac{v_{k0} - v_k}{t_1}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. За $t_1 = 2s$, колико је успоравао, камион је прешао $s_{k1} = v_{k0} t_1 - \frac{1}{2} a_k t_1^2 = v_{k0} t - \frac{1}{2} \frac{v_{k0} - v_k}{t_1} t_1^2 = \frac{1}{2} v_{k0} t_1 + \frac{1}{2} v_k t_1$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Наредних $t_2 = 5\mathsf{s}$ се кретао брзином v_k и прешао $s_{k2} = v_k t_2$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Дакле, током 7 секунди претицања, камион је укупно прешао $s_k = s_{k1} + s_{k2} = \frac{1}{2} v_{k0} t_1 + \frac{1}{2} v_k t_1 + v_k t_2$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Убрзање аутомобила је $a_a = \frac{v_a - v_{a0}}{t_1}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. За $t_1 = 2\mathsf{s}$, колико је успоравао, аутомобил је прешао $s_{a1} = v_{a0} t_1 + \frac{1}{2} a_a t_1^2 = v_{a0} t_1 + \frac{1}{2} \frac{v_a - v_{a0}}{t_1} t_1^2 = \frac{1}{2} v_{a0} t_1 + \frac{1}{2} v_a t_1$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Наредних $t_2 = 5\mathsf{s}$ се кретао брзином v_a и прешао $s_{a2} = v_a t_2$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Дакле, током 7 секунди претицања, аутомобил је укупно прешао $s_a = s_{a1} + s_{a2} = \frac{1}{2} v_{a0} t_1 + \frac{1}{2} v_a t_1 + v_a t_2$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Како је $v_{k0} = v_{a0}$, разлика у пређеном путу између аутомобила и камиона је $\Delta s = s_a - s_k = \frac{1}{2} v_a t_1 + v_a t_2 - \frac{1}{2} v_k t_1 - v_k t_2 = (\frac{1}{2} t_1 + t_2)(v_a - v_k) = 33{,}33\mathsf{m}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Ова разлика је једнака $\Delta s = 7\mathsf{m} + l_k + 7\mathsf{m} + l_a = 14\mathsf{m} + l_k + l_a$, где су l_k и l_a дужине камиона и аутомобила, респективно. Одатле следи да је дужина камиона $l_k = s - 14\mathsf{m} - l_a = 16\mathsf{m}$ $\boxed{\textbf{4п}}$.

3. Компонента брзине чамца који креће из тачке B, а нормална је на линију обале је: $v_{B\perp} = \frac{\sqrt{3}}{2} v_B$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Компонента паралелна са линијом обале је: $v_{B||} = \frac{1}{2} v_B$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Да би стигао до средине реке, рибару треба $t_B = \frac{d}{2 v_{B\perp}} = \frac{d}{\sqrt{3} v_B}$ $\boxed{\textbf{1п}}$. За то време је низводно прешао растојање од $s_B = (v_{B||} + u) \cdot t_B = (\frac{1}{2} v_B + u) \frac{d}{\sqrt{3} v_B}$ $\boxed{\textbf{2п}}$, где је u брзина реке. Рибар из тачке A стиже до средине реке за $t_A = t_B + \Delta t = \frac{d}{\sqrt{3} v_B} + \Delta t$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Компонента брзине његовог чамца нормална на линију обале је $v_{A\perp} = \frac{d}{2 t_A} = \frac{d}{2(\frac{d}{\sqrt{3} v_B} + \Delta t)}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Сада је могуће израчунати синус угла под којим се у односу на линију обале где се налази тачка A, кретао рибар из тачке A: $\sin\alpha = \frac{v_{A\perp}}{v_A} = \frac{d}{2(\frac{d}{\sqrt{3} v_B} + \Delta t) v_A} = \frac{1}{2}$ $\boxed{\textbf{2п}}$, одакле следи да је $\alpha = 30°$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Компонента брзине чамца који се креће из тачке A, а која је паралелна са обалом је $v_{A||} = v_A \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. За време које му је потребно да стигне до средине реке, чамац из тачке A ће узводно прећи $s_A = (v_{A||} - u) t_A = (v_A \frac{\sqrt{3}}{2} - u)(\frac{d}{\sqrt{3} v_B} + \Delta t)$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Како је растојање између пројекција тачака A і B на осу која пролази средином реке $s_0 = \sqrt{l^2 - d^2}$, растојање између чамаца када се оба чамца нађу на средини реке ће бити $s = s_0 - (s_A + s_B) = \sqrt{l^2 - d^2} - (\frac{1}{2} v_B + u) \frac{d}{\sqrt{3} v_B} - (v_A \frac{\sqrt{3}}{2} - u)(\frac{d}{\sqrt{3} v_B} + \Delta t) = 26{,}75\mathsf{m}$ $\boxed{\textbf{3п}}$.

4. Угаона брзина мале казаљке је $\omega_m = \frac{2\pi}{T_m} = \frac{2\pi}{12\mathsf{h}} = 1{,}454 \cdot 10^{-4} \frac{\mathsf{rad}}{\mathsf{s}}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Угаона брзина велике казаљке је $\omega_v = \frac{2\pi}{T_v} = \frac{2\pi}{60\mathsf{min}} = 1{,}745 \cdot 10^{-3} \frac{\mathsf{rad}}{\mathsf{s}}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. У 12:10 угао између мале и велике казаљке на тачном сату ће износити $\alpha_t = (\omega_v - \omega_m) \cdot 10\mathsf{min} = 0{,}96\mathsf{rad} = 55°$ $\boxed{\textbf{6п}}$. Стога, угао између мале и велике казаљке на сату који жури је $\alpha_z = 55° + 93{,}5° = 148{,}5° = 2{,}59\mathsf{rad}$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Дакле, да би на другом часовнику био овај угао између велике и мале казаљке требало је да од 12 сати прође $t_z = \frac{\alpha_z}{\omega_v - \omega_m} = 1619{,}15\mathsf{s}$. што је приближно 26min и 59s $\boxed{\textbf{3п}}$. Према томе, други сат жури 16min и 59s $\boxed{\textbf{4п}}$.

Задатке припремили: *др Петар Мали* и *мастер Давид Кнежевић*, Природно-математички факултет, Нови Сад
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

5. Тачка A креће се удесно по закону $s_1 = vt = 12t$ (s_1 је дато у m, а t у s) $\boxed{\textbf{1п}}$, а тачка B улево по закону $s_2 = \frac{at^2}{2} = t^2$ (s_2 је дато у m, а t у s) $\boxed{\textbf{1п}}$. Координате тачке A, након $t = 4$s кретања су (48m,32m) $\boxed{\textbf{2п}}$, док након $t = 4$s координате тачке B(−16m,16m) $\boxed{\textbf{2п}}$. Пошто у услову задатку стоји да након $t = 4$s кретања све тачке стоје дуж исте праве, онда оне морају да задовољавају једначину праве $y = kx + n$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Решавањем система једначина $32 = 48k + n$ и $16 = -16k + n$, добија се да је једначина праве $y = \frac{1}{4}x + 20$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Како је тачки C $y-$ координата једнака нули за све време кретања, добија се да је након $t = 4$s, $0 = \frac{1}{4}x_C + 20$, односно $x_C = -80m$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Тачка C пређе пут $s_3 = 80$m $\boxed{\textbf{3п}}$, за $t = 4$s. Одатле је убрзање тачке C, $a_2 = \frac{2s_3}{t^2} = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $\boxed{\textbf{2п}}$.

Задатке припремили: *др Петар Мали* и *мастер Давид Кнежевић*, Природно-математички факултет, Нови Сад
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2017/2018. ГОДИНЕ

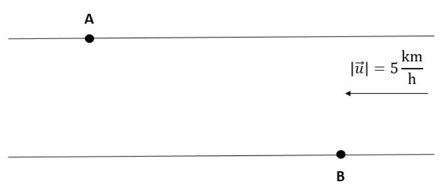
Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

I разред **ЗАДАЦИ – БОЗОНСКА КАТЕГОРИЈА*** **ОПШТИНСКИ НИВО** **25. фебруар 2018.**

1. Два камена баце се истовремено из тачке O почетним брзинама истог интензитета $v_0 = 6\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}$. Први камен се баци вертикално увис, а други под углом од $30°$ у односу на хоризонталу.
а) Колико је растојање између два камена након 0,2s од њиховог бацања?
б) Након колико времена од бацања камена ће растојање међу њима бити дупло веће у односу на растојање након 0,2s?
(20 поена)

2. Аутомобил дужине 3,33m се налази у десној траци. На растојању од 7m испред њега се налази камион. И аутомобил и камион се крећу праволинијски, брзином од $80\frac{\mathsf{km}}{\mathsf{h}}$. У једном тренутку, аутомобил креће у претицање камиона. У тренутку када се аутомобил пребацио у леву траку, почиње две секунде да убрзава константним убрзањем до брзине од $90\frac{\mathsf{km}}{\mathsf{h}}$, док камион за то исто време успорава до $70\frac{\mathsf{km}}{\mathsf{h}}$, такође константним убрзањем. Након што постигну те брзине и камион и аутомобил се крећу константном брзином све док се аутомобил не нађе на 7m испред камиона, након чега се пребацује у десну траку. Уколико је аутомобил провео укупно 7s у левој траци и уколико се претпостави да аутомобил из једне у другу траку прелази за занемарљиво кратко време, одредити дужину камиона. **(20 поена)**

3. Два рибара се налазе у тачкама A и B које се налазе на супротним обалама реке широке $d = 60\mathsf{m}$ и ваздушном линијом су удаљене $l = 100\mathsf{m}$. Рибари полазе својим чамцима у исто време и заустављају чамац када се нађе на половини реке. Чамац који је возио рибар који полази из тачке B се креће низводно брзином од $10\frac{\mathsf{km}}{\mathsf{h}}$ и држи курс под углом од $60°$ у односу на линију обале на којој се налази тачка B. Ако је чамац из тачке A, крећући се узводно брзином од $9\frac{\mathsf{km}}{\mathsf{h}}$, стигао до половине реке 11,5s након чамца из тачке B, одредити угао под којим је, у односу на линију обале на којој се налази тачка A, држао курс чамац из тачке A, као и растојање између два чамца у тренутку када су се оба нашла на средини реке. Интензитет, правац и смер брзине реке $\vec{u}$ је приказан на Слици 1. **(20 поена)**



Слика 1: Слика уз трећи задатак.

4. Два часовника се налазе на зиду један поред другог. Први је тачан, док је други стао негде између 12 сати и 1 сат. Када је на тачном часовнику 12 сати и 10 минута, угао између његове мале и велике казаљке (угао мањи од $180°$) је за $93°30'$ мањи од истог угла код часовника који је стао. У које време је стао други часовник? **(20 поена)**

5. Три тачке са координатама A(0,32m), B(0,16m), C(0,0) леже на једној вертикалној правој. Тачка A почне да се креће удесно равномерно праволинијски, брзином $v = 12\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}$ по хоризонталној правој. Истовремено крене и тачка B без почетне брзине улево и креће се једнако убрзано, са убрзањем $a = 2\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}^2}$ по правој паралелној путањи тачке A. Ако би истовремено са овим тачкама кренула и тачка C и ако би се она кретала једнако убрзано по хоризонтали какав би требало да буде закон пута тачке C да би све тачке за све време кретања лежале на једној правој линији? Колики пут пређе тачка C за 4s кретања при услову из задатка? **(20 поена)**

Приликом решавања задатака користити да је убрзање силе Земљине теже $g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$.

*У бозонској категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за област математика и физика.

Задатке припремили: *др Петар Мали* и *мастер Давид Кнежевић*, Природно-математички факултет, Нови Сад
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке ”Винча”, Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2017/2018. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

I разред | **РЕШЕЊА – БОЗОНСКА КАТЕГОРИЈА** | **ОПШТИНСКИ НИВО** | **25. фебруар 2018.**

1. Један камен се баци вертикално увис. За њега важи $h_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ $\boxed{\text{2п}}$. Други камен је избачен косим хицем. Његове пројекције брзина су $v_{0x} = v_0 \cos\alpha = v_0\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\text{2п}}$ и $v_{0y} = v_0 \sin\alpha = \frac{v_0}{2}$ $\boxed{\text{2п}}$, где је $\alpha = 30°$. (Поред тригонометријских релација, може се користити и допуна до једнакостраничног троугла). Једначине кретања другог камена су $h_2 = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$ $\boxed{\text{2п}}$ и $x_2 = v_{0x}t$ $\boxed{\text{2п}}$. а) Растојање d између два камена након времена t, може се добити применом Питагорине теореме $d(t) = \sqrt{(h_1 - h_2)^2 + x_2^2}$ $\boxed{\text{4п}}$. Након замене израза за h_1, h_2, x_2 у израз за $d(t)$, добија се $d(t) = v_0 t$. Након $t_1 = 0{,}2\text{s}$, растојање између два камена биће $d(t_1) = v_0 t_1 = 1{,}2\text{m}$ $\boxed{\text{2п}}$. б) Како је зависност $d(t) = v_0 t$ линеарна функција времена, растојање између два камена ће бити дупло веће када и време кретања буде два пута веће $\boxed{\text{2п}}$. То ће бити за $t_2 = 0{,}4\text{s}$ $\boxed{\text{2п}}$.

2. Убрзање аутомобила је $a_a = \frac{v_a - v_{a0}}{t_1}$ $\boxed{\text{2п}}$, а убрзање камиона је $a_k = \frac{v_k - v_{k0}}{t_1}$ $\boxed{\text{2п}}$, где је $t_1 = 2\text{s}$. Током две секунде током којих аутомобил убрзава, а камион успорава, релативна брзина аутомобила у односу на камион се мења као $\Delta v = v_a - v_k = v_{a0} + a_a t - v_{k0} + a_k t$. Како је $v_{ao} = v_{k0}$ и $a_a = a_k = a$, следи да је $\Delta v = 2at$ $\boxed{\text{6п}}$. Дакле, ово кретање је еквивалентно кретању где камион не мења брзину, а аутомобил се креће из мировања са убрзањем $2a$. У току две секунде током којих убрзава, аутомобил ће прећи пут од $s_1 = \frac{1}{2}2at_1^2 = at_1^2$ $\boxed{\text{2п}}$. Наредних $t_2 = 5\text{s}$ аутомобил се креће константном брзином од $v_k = 2at_1$, при чему прелази пут од $s_2 = v_k t_2 = 2at_1 t_2$, где је $t_2 = t - t_1$ $\boxed{\text{2п}}$. Током $t = 7\text{s}$ колико је провео у левој траци, аутомобил је прешао пут од $s = s_1 + s_2 = at_1^2 + 2at_1(t - t_1) = 33{,}33\text{m}$ $\boxed{\text{2п}}$. Да би дошао у позицију да се нађе седам метара испред камиона, аутомобил треба да пређе $s = 7\text{m} + l_k + 7\text{m} + l_a = 14\text{m} + l_k + l_a$, где су l_kи l_a дужине камиона и аутомобила, респективно. Одатле следи да је дужина камиона $l_k = s - l_a - 14\text{m} = 16\text{m}$ $\boxed{\text{4п}}$.
другі начин:
Убрзање камиона је $a_k = \frac{v_{k0} - v_k}{t_1}$ $\boxed{\text{2п}}$. За $t_1 = 2s$, колико је успоравао, камион је прешао $s_{k1} = v_{k0}t_1 - \frac{1}{2}a_k t_1^2 = v_{k0}t - \frac{1}{2}\frac{v_{k0} - v_k}{t_1}t_1^2 = \frac{1}{2}v_{k0}t_1 + \frac{1}{2}v_k t_1$ $\boxed{\text{2п}}$. Наредних $t_2 = 5\text{s}$ се кретао брзином v_k и прешао $s_{k2} = v_k t_2$ $\boxed{\text{1п}}$. Дакле, током 7 секунди претицања, камион је укупно прешао $s_k = s_{k1} + s_{k2} = \frac{1}{2}v_{k0}t_1 + \frac{1}{2}v_k t_1 + v_k t_2$ $\boxed{\text{2п}}$. Убрзање аутомобила је $a_a = \frac{v_a - v_{a0}}{t_1}$ $\boxed{\text{2п}}$. За $t_1 = 2\text{s}$, колико је успоравао, аутомобил је прешао $s_{a1} = v_{a0}t_1 + \frac{1}{2}a_a t_1^2 = v_{a0}t_1 + \frac{1}{2}\frac{v_a - v_{a0}}{t_1}t_1^2 = \frac{1}{2}v_{a0}t_1 + \frac{1}{2}v_a t_1$ $\boxed{\text{2п}}$. Наредних $t_2 = 5\text{s}$ се кретао брзином v_a и прешао $s_{a2} = v_a t_2$ $\boxed{\text{1п}}$. Дакле, током 7 секунди претицања, аутомобил је укупно прешао $s_a = s_{a1} + s_{a2} = \frac{1}{2}v_{a0}t_1 + \frac{1}{2}v_a t_1 + v_a t_2$ $\boxed{\text{2п}}$. Како је $v_{k0} = v_{a0}$, разлика у пређеном путу између аутомобила и камиона је $\Delta s = s_a - s_k = \frac{1}{2}v_a t_1 + v_a t_2 - \frac{1}{2}v_k t_1 - v_k t_2 = (\frac{1}{2}t_1 + t_2)(v_a - v_k) = 33{,}33\text{m}$ $\boxed{\text{2п}}$. Ова разлика је једнака $\Delta s = 7\text{m} + l_k + 7\text{m} + l_a = 14\text{m} + l_k + l_a$, где су l_k и l_a дужине камиона и аутомобила, респективно. Одатле следи да је дужина камиона $l_k = s - 14\text{m} - l_a = 16\text{m}$ $\boxed{\text{4п}}$.

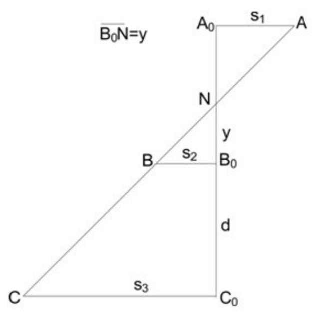
3. Компонента брзине чамца који креће из тачке B, а нормална је на линију обале је: $v_{B\perp} = \frac{\sqrt{3}}{2}v_B$ $\boxed{\text{2п}}$. Компонента паралелна са линијом обале је: $v_{B||} = \frac{1}{2}v_B$ $\boxed{\text{2п}}$. Да би стигао до средине реке, рибару треба $t_B = \frac{d}{2v_{B\perp}} = \frac{d}{\sqrt{3}v_B}$ $\boxed{\text{1п}}$. За то време је низводно прешао растојање од $s_B = (v_{B||} + u)\cdot t_B = (\frac{1}{2}v_B + u)\frac{d}{\sqrt{3}v_B}$ $\boxed{\text{2п}}$, где је u брзина реке. Рибар из тачке A стиже до средине реке за $t_A = t_B + \Delta t = \frac{d}{\sqrt{3}v_B} + \Delta t$ $\boxed{\text{1п}}$. Компонента брзине његовог чамца нормална на линију обале је $v_{A\perp} = \frac{d}{2t_A} = \frac{d}{2(\frac{d}{\sqrt{3}v_B} + \Delta t)}$ $\boxed{\text{2п}}$. Сада је могуће израчунати синус угла под којим се у односу на линију обале где се налази тачка A, кретао рибар из тачке A: $\sin\alpha = \frac{v_{A\perp}}{v_A} = \frac{d}{2(\frac{d}{\sqrt{3}v_B} + \Delta t)v_A} = \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{2п}}$, одакле следи да је $\alpha = 30°$ $\boxed{\text{1п}}$. Компонента брзине чамца који се креће из тачке A, а која је паралелна са обалом је $v_{A||} = v_A\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\text{2п}}$. За време које му је потребно да стигне до средине реке, чамац из тачке A ће узводно прећи $s_A = (v_{A||} - u)t_A = (v_A\frac{\sqrt{3}}{2} - u)(\frac{d}{\sqrt{3}v_B} + \Delta t)$ $\boxed{\text{2п}}$. Како је растојање између пројекција тачака A і B на осу која пролази средином реке $s_0 = \sqrt{l^2 - d^2}$, растојање између чамаца када се оба чамца нађу на средини реке ће бити $s = s_0 - (s_A + s_B) = \sqrt{l^2 - d^2} - (\frac{1}{2}v_B + u)\frac{d}{\sqrt{3}v_B} - (v_A\frac{\sqrt{3}}{2} - u)(\frac{d}{\sqrt{3}v_B} + \Delta t) = 26{,}75\text{m}$ $\boxed{\text{3п}}$.

4. Угаона брзина мале казаљке је $\omega_m = \frac{2\pi}{T_m} = \frac{2\pi}{12\text{h}} = 1{,}454\cdot 10^{-4}\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ $\boxed{\text{2п}}$. Угаона брзина велике казаљке је $\omega_v = \frac{2\pi}{T_v} = \frac{2\pi}{60\text{min}} = 1{,}745\cdot 10^{-3}\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ $\boxed{\text{2п}}$. У 12:10 угао између мале и велике казаљке на тачном сату ће износити $\alpha_t = (\omega_v - \omega_m)\cdot 10\text{min} = 0{,}96\text{rad} = 55°$ $\boxed{\text{4п}}$. Дакле, угао између мале и велике казаљке на сату који је стао је $\alpha_s = 55° + 93{,}5° = 148{,}5° = 2{,}59\text{rad}$ $\boxed{\text{2п}}$. Како је други сат стао између 12 сати и 1 сат, могуће су две позиције у којима је угао између велике и мале казаљке на сату који стоји 2,59rad. Прва је када је угао мерећи од мале ка великој казаљки у смеру кретања казаљки $\alpha_{s1} = 2{,}59\text{rad}$, а друга када је угао мерећи од мале ка великој казаљки

Задатке припремили: *др Петар Мали* и *мастер Давид Кнежевић*, Природно-математички факултет, Нови Сад
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

у смеру кретања казаљки $\alpha_{s2} = 2\pi\mathsf{rad} - 2{,}59\mathsf{rad} = 3{,}69\mathsf{rad}$ $\boxed{\textbf{4п}}$. За први случај, потребно је да од 12 сати протекне $t_{s1} = \frac{\alpha_{s1}}{\omega_v - \omega_m} = 1619{,}15\mathsf{s}$, (што је приближно 26min и 59s), тј. да сат који стоји показује време 12:26:59 $\boxed{\textbf{3п}}$. За други случај, потребно је да од 12 сати протекне $t_{s2} = \frac{\alpha_{s2}}{\omega_v - \omega_m} = 2306{,}83\mathsf{s}$,што је приближно 38min и 27s, тј. да сат који стоји показује време 12:38:27 $\boxed{\textbf{3п}}$.

5. Тачка A креће се удесно по закону $s_1 = vt = 12t$ (s_1 је дато у m, а t у s) $\boxed{\textbf{1п}}$, а тачка B улево по закону $s_2 = \frac{at^2}{2} = t^2$ (s_2 је дато у m, а t у s) $\boxed{\textbf{1п}}$. Из сличности троуглова ΔA$_0$NA (са A$_0$ је означена координата тачке A у тренутку $t = 0$) и ΔB$_0$NB (са B$_0$ је означена координата тачке B у тренутку $t = 0$) следи однос $\frac{s_1}{d-y} = \frac{s_2}{y}$ $\boxed{\textbf{6п}}$, где је $\overline{A_0B_0} = \overline{B_0C_0} = d$, док је $\overline{B_0N} = y$. Одатле је $y = \frac{ds_2}{s_1+s_2}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Да би се тачка C налазила на истој правој после времена t мора се кретати улево и прећи пут s_3. Пут s_3 се одреди из сличности троуглова ΔC$_0$NC (са C$_0$ је означена координата тачке C у тренутку $t = 0$) и ΔB$_0$NB, одакле следи $\frac{s_3}{d+y} = \frac{s_2}{y}$ $\boxed{\textbf{6п}}$. У ову једнакост убаци се израз $y = \frac{ds_2}{s_1+s_2}$ и добије се $s_3 = s_1 + 2s_2 = 12t + 2t^2$ (s_3 је дато у m, а t у s) $\boxed{\textbf{3п}}$. За 4s кретања тачка C пређе пут 80m $\boxed{\textbf{1п}}$.



Слика 1: Слика уз пети задатак.

Задатке припремили: *др Петар Мали* и *мастер Давид Кнежевић*, Природно-математички факултет, Нови Сад
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд