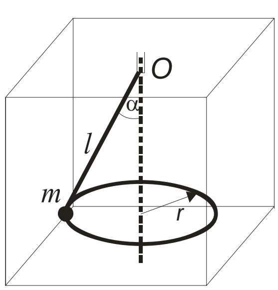
ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ И ЦРНЕ ГОРЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЈЕТЕ И НАУКЕ РЕПУБЛИКЕ ЦРНЕ ГОРЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ЗА ПРОСВЈЕТУ, НАУКУ И КУЛТУРУ РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ

Задаци за савезно такмичење ученика средњих школа

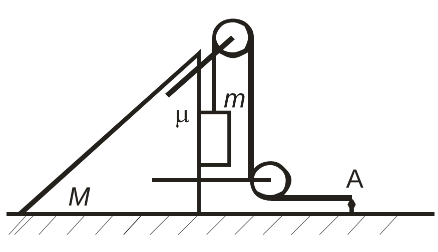
27-29. мај 2005.

Први разред

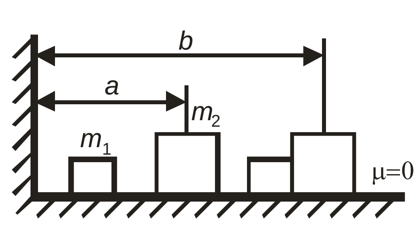
1. За систем представљен на слици 2, позната је маса призме M=9kg као и маса тела које виси на концу, m=2,6kg. Конац је занемарљиве масе и неистегљив. Део конца који иде од горњег котура до тела масе m увек стоји вертикално а у тачки А је конац фиксно везан за подлогу. Трење постоји само између тела масе m и вертикалне стране призме а коефицијент трења је μ=0,3. Котури могу да ротирају без трења а њихове масе се занемарују. Одредити убрзање тела масе m према хоризонталној површини по којој призма клизи без трења.
2. Са површине Земље масе M_z и полупречника R_z=6370km, избаци се пројектил ка Месецу у правцу који спаја центре маса ова два небеска тела. Маса месеца и убрзање на његовој површини износе M_m=M_z/81 и g_m=g/6 (g је убрзање на површини Земље). Растојање између центара Земље и Месеца је D=60R_z. кретање ових тела се занемарује као и силе отпора између пројектила и средине кроз коју се крећу. Колики је минимални интезитет брзине v_o којом би требало избацити пројектил са Земље да би он стигао до Месеца? Колики је у том случају интезитет брзине v_2 којом ће пројектил погодити Месец?
3. Танка еластична, неистегљива нит, занемарљиве масе, је везана за непокретну осовину, слика 1. На крају нити је привезана куглица масе m. Осовина приморава куглицу да се креће по кружници полупречника r у хоризонталној равни тако да нит описује конусну површину са полууглом при врху од α=30º. Дужина нити је l. Систем се налази у непокретном лифту. Наћи период кретања куглице T по кружници и силу затезања нити N. Наћи вредности T и N за случај када полупречник тежи нули. Наћи период кретања куглице по кружници и силу затезања нити када лифт слободно пада.
4. По хоризонталној глаткој подлози се креће тело масе m_1, слика 3. На растојању a = 2m од вертикалног зида, нееластично се судара са телом масе m_2 = 4m_1 које се налази у стању мировања. После судара тело масе m_1 се креће дуж истог правца ка вертикалном зиду од кога се апсолутно еластично одбија и на растојању b = 14m поново се судара са телом масе m_2. Колики је део кинетичке енергије прешао у друге облике енергије при првом судару тела? Димензије тела занемарити а резултат изразити у процентима.
5. На хоризонталну траку транспортера угља, која се креће равномерно брзином v=5m/s, је испуштена са веома мале висине коцкаста креда, тако да је приликом падања једна страна коцке увек задржавала хоризонталан положај. Након пада креда оставља траг по траци транспортера дужине s = 5m. Након заустављања креде на траци мотори се искључе а трака наставља да се креће убрзањем a = - 5m/s^2 све до заустављања. Одредити нову дужину трага који остави креда по траци до поновног заустављања.



Слика 1.



Слика 2.



Слика 3.

Задатке припремио: Сава М. Д. Галијаш
Рецензент: Александар Срећковић
Председник комисије: Мићо Митровић

ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ И ЦРНЕ ГОРЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЈЕТЕ И НАУКЕ РЕПУБЛИКЕ ЦРНЕ ГОРЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ЗА ПРОСВЈЕТУ, НАУКУ И КУЛТУРУ РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ
Решења задатака са савезног такмичења ученика средњих школа
27-29. мај 2005.

Први разред

1. Када се систем препусти самоме себи, тело масе m ће се спуштатиниз вертикалну површину призме док ће се призма померити с лева на десно. Уведимо инерцијални хОу и неинерцијални систем х\`О\`у\` као на слици 1. Нека је $a_m$\` убрзање тела масе m у односу на призму а a_M убрзање призме у односу на подлогу. Интезитет силе затезања у концу S је свуда исти. Једначине кретања призме $Ma_M=S-N$ и тела масе m дуж х\` правца $N-ma_M=0$ и дуж у\` правца $mg-\mu N-S=ma_m$\`, где је N интезитет силе реакције призме која се јавља услед инерцијалне силе $ma_M$. Пошто је конац неистегљив, $a_m$\`$=a_M$ па на основу једначине кретања следи: a_m\`$=g/(2+\mu+(M/m))=1{,}7\text{m/s}^2$. Интезитет убрзања тела масе $m$ према подлози тј. у инерцијалном систему је: $a_m=\sqrt{a_{m`}^{\ 2}+a_M^{\ 2}}=\sqrt{2}a_{m`}=g\sqrt{2}/\left(2+\mu+\left(M/m\right)\right)=2{,}4\,m/s^2$.
2. Да би смо израчунали тражене брзине потрбно је одредити место где се налази тачка А у којој је привлачна сила Земље једнака привлачној сили Месеца. Ако је тело избачено минималном брзином да би стигло у тачку A, онда је брзина тела у тачки A нула. Из израза за гравитационе силе Земље и Месеца у тачки A имамо: $F_z=F_m\Rightarrow M_z/R_1^2=M_m/(D-R_1)^2\Rightarrow R_1=9D/10=54R_z$, $R_2=6R_z$ где су R_1 и R_2 растојања тачке A од центра Земље, односно месеца. У гравитационом пољу се одржава тотална енергија тела, тј. $E_{tot}=E_p+E_k=\text{const.}$ (*), где је E_p укупна потенцијална енергија тела (референтни ниво у бесконачности) а $E_к$ је укупна кинетичка енергија тела. Примена (*) за тачку на површини Земље и тачку A даје минималну v_o: $-gR_z-g_m\dfrac{R_m^{\ 2}}{D-R_z}+\dfrac{v_o^{\ 2}}{2}=-g\dfrac{R_z^{\ 2}}{R_1}-g_m\dfrac{R_m^{\ 2}}{R_2}$, где је $g=\gamma\dfrac{M_z}{R_z^{\ 2}}$ и $g_m=\gamma\dfrac{M_m}{R_m^{\ 2}}$ па следи: $R_m=R_z\sqrt{gM_m/g_mM_z}=0{,}272R_z\Rightarrow v_o=0.991v_{II}=11{,}08km/s$, где је $v_{II}=\sqrt{2gR_z}$ друга космичка брзина за Земљу. Применом (*) за тачку A и површину Месеца имамо: $-g\dfrac{R_z^{\ 2}}{R_1}-g_m\dfrac{R_m^{\ 2}}{R_2}=-g\dfrac{R_z^{\ 2}}{D-R_m}-g_mR_m+\dfrac{v_2^{\ 2}}{2}$, тако да је брзина којом пројектил удара у Месец: $v_2=2{,}28$ km/s $\approx0{,}2v_{II}$.
3. Посматрано из инерцијалног система на тела делују центрипетална сила и представља суперпозицију силе затезања нити и тежину куглице. Из сличности троуглова шрафираних наслици 2, $F/mg=r/\sqrt{l^2-r^2}\Rightarrow F=mgr/\sqrt{l^2-r^2}$, пошто је $F=mv^2/r$ где је v брзина коју има куглица при кретању по кружници полупречника r, $\Rightarrow \dfrac{v^2}{r}=\dfrac{gr}{\sqrt{l^2-r^2}}\Rightarrow v=r\sqrt{\dfrac{g}{\sqrt{r^2-l^2}}}$ (*). Период се добија из $v=2\pi r/T\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\sqrt{l^2-r^2}/g}$. Сличности троуглова даје: $N/mg=l/\sqrt{l^2-r^2}\Rightarrow N=mgl/\sqrt{l^2-r^2}$, $r\to0$ $T=2\pi\sqrt{l/g}$, $N\approx mg$. Када лифт слободно пада убрзањем g, на куглицу делује инерцијална сила интезитета mg супротног смера тежини куглице вршећи компензацију тежине куглице. Једина сила која преостаје је сила затезања која сада игра улогу центрипеталне силе која делује на куглицу која кружи по кругу полупречника l брзином v из (*). $N_{sp}=mv^2/l=mr^2g/(l(\sqrt{l^2-r^2}))=Nr^2/l^2=N\sin^2\alpha\ \Rightarrow T_{sp}=2\pi l/v=T/\sin\alpha$.

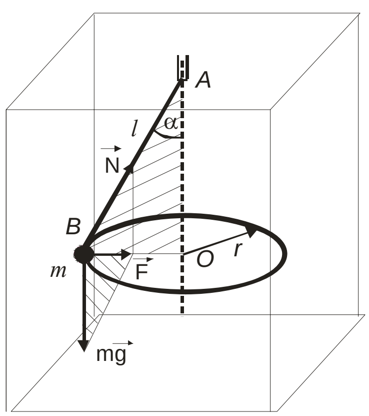
4. Губитак кинетичке енергије износи $\Delta E_{k1}=E_{k1}-(E_{k1}'+E_{k2}')$, при чему су $E_{\kappa 1}'=m(v_1')^2/2$ и $E_{k2}'=m_1(v_2')^2/2$ кинетичке енергије тела масе m_1 и m_2 респективно, после првог судара.

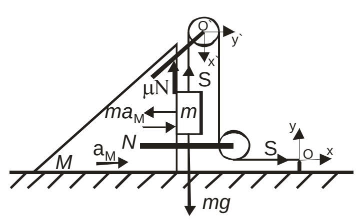
   Релативна промена кинетичке енергије тела масе m_1 је: $\dfrac{\Delta E_{k1}}{E_{k1}} = 1-\left(\dfrac{v_1'}{v_1}\right)^2 - 4\left(\dfrac{v_2'}{v_1}\right)^2$ (*).

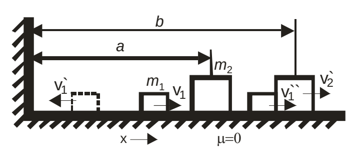
   Судар тела је нееластичан, из зак. одрж. импулса следи: $m_1v_1=-m_1v_1'+m_2v_2' \Rightarrow v_1=4v_2'-v_1'$. Судар са зидом је еластичан $\Rightarrow v_1''=v_1'$. Гледајући времена у судару, важи: $\dfrac{a}{v_1'}+\dfrac{b}{v_1''}=\dfrac{a+b}{v_1'}=\dfrac{b-a}{v_2'} \Rightarrow \dfrac{v_1'}{v_1}=\left(4\dfrac{b-a}{a+b}-1\right)^{-1}=0{,}5$ односно $\dfrac{v_2'}{v_1}=\left(4-\dfrac{a+b}{b-a}\right)^{-1}=0{,}375$.

   Сменом у (*) $\Rightarrow \Delta E_{\kappa 1}/E_{\kappa 1}=0{,}1875$ (18,75%).

5. У систему везаном за траку изгледа као да смо на непокретну траку пустили креду брзином v=5m/s. Нека јој је маса m. Кинетичка енергија се у потпуности троши на рад против сила трења, тј: $0{,}5mv^2=\mu mgs$ па је коефицијент трења $\mu=v^2/2gs$. По искључењу транспортера, систем постаје неинерцијалан, тј. на креду делује инерцијална сила ma. Ако $ma\leq\mu mg$, креда се неће кретати по траци. Услов даје $a\leq v^2/2s$=2,5m/s^2. Пошто је наше a=5m/s^2, креда ће и после оставити траг дужине s_1. Нађимо s_1. По заустављању транспортера креда ће поседовати почетну брзину различиту од нуле и под дејством силе трења ће наставити да се креће успорено. Време заустављања транспортера је $t_1=v/a$. Успорење креде a_1 налазимо из $ma_1=ma-T$. Сила трења је $T=\mu mg \Rightarrow a_1=a-v^2/2s$ па је пут који прелази креда у току заустављања транспортера: $\dfrac{1}{2}\left(a-\dfrac{v^2}{2s}\right)\dfrac{v^2}{a^2}$. У тренутку заустављања транспортера, брзина креде је: $v_1=a_1t_1=\left(a-\dfrac{v^2}{2s}\right)\dfrac{v}{a}$. Убрзање креде после заустављања транспортера је $a_2=T/m=\mu g=v^2/2s$ а време кретања креде од тог тренутка до коначног заустављања је: $t_2=v_1/a_2=((2as/v^2)-1)v/s$ и за то време она прелази пут $0{,}5v^2/2s((2as/v^2)-1)^2v^2/a^2$. Тражена вредност дужине трага s_1 је: $s_1=\dfrac{1}{2}\left(a-\dfrac{v^2}{2s}\right)\dfrac{v^2}{a^2}+\dfrac{1}{2}\dfrac{v^2}{2s}\left(\dfrac{2as}{v^2}-1\right)^2\dfrac{v^2}{a^2}=\left(a-\dfrac{v^2}{2s}\right)\dfrac{s}{a}=2{,}5\text{m}$.







Задатке припремио: Сава М. Д. Галијаш
Рецензент: Александар Срећковић
Председник комисије: Мићо Митровић

Друштво физичара Србије и Црне Горе
Министарство просвете и спорта Републике Србије
Министарство просвјете и науке Републике Црне Горе
Министарство за просвјету, науку и културу Републике Српске

40. Савезно такмичење из физике
Петровац 2005.

Експериментални задатак
Први и трећи разред

Мерњем периода осциловања клатна формираног од добијене кугле и нити одредити:

1) густину материјала од кога је направљена кугла,
2) коефицијент пригушења принудних осцилација клатна у води.

Тражене величине одредити са одговарајућим грешкама.
Пажња! Грешке неких мерених величина ћете добити необјективно велике, нека вас то не забрињава!

(30 поена)

Напомена: Густина воде је $(1.00 \pm 0.05)\,\mathrm{g/cm^3}$
Препорука: Мерите период осциловања клатна различитих дужина у различитим спољашњим условима.

Мерни комплет
1. Кугла са нити 2. Хронометар 3. Посуда са водом

Теоријски увод

Када осцилује у ваздуху, кугла обешена на нит може да се посматра као математичко клатно периода

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,.$$

Када клатно осцилује у води са занемарљивим трењем осцилације се називају сопственим. Период таквих осцилација је:

$$T_s = 2\pi\sqrt{1-\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)\frac{l}{g}}\,,$$

Када су осцилације пригушене, тј. када се трење не занемарује, па се амплитуда осциловања смањује са временом, тада важи:

$$\omega^2 = \omega_s^2 - \beta^2\,,$$

где су ω и ω_s кружна фреквенција пригушених и слободних осцилација, по реду, а β коефицијент пригушења.

Аутор: Андријана Жекић
Рецензент: Мићо Митровић
Председник комисије: Мићо Митровић

Друштво физичара Србије и Црне Горе
Министарство просвете и спорта Републике Србије
Министарство просвјете и науке Републике Црне Горе
Министарство за просвјету, науку и културу Републике Српске

40. Савезно такмичење из физике
Петровац 2005.

Решење експерименталног задатка
Први и трећи разред

Када се налази у ваздуху, дата апаратура представља математичко клатно које осцилује са периодом $T_0 = 2\pi\sqrt{l/g}$. Када се стави у воду, на клатно делују силе Земљине теже, затезања нити, потиска и отпора средине, тако да осцилације постају пригушене. Мерењем времена потребног да клатно направи одређен број осцилација (у овом случају 10) у ваздуху и у води, при истим дужинама l, одређени су периоди осциловања клатна у ваздуху T_0 и у течности $T = 2\pi/\omega$, где је $\omega = 2\pi/T = \sqrt{\omega_s^2 - \beta^2}$. Резултати мерења су дати у табели.

l_i	1	2	3	4	5	6
t_i[s]	16.68	16.30	14.93	14.45	12.89	12.11
	16.65	16.33	14.96	14.43	12.89	12.08
	16.68	16.30	14.96	14.42	12.86	12.12
t_s[s]	16.67	16.31	14.95	14.433 14.43	12.88	12.103 12.10
Δt	0.02	0.02	0.02	0.017 0.02	0.02	0.023 0.03
T_0[s]	1.667	1.631	1.495	1.4433 1.443	1.288	1.2103 1.210
ΔT_0[s]	0.002	0.002	0.002	0.0017 0.002	0.002	0.0023 0.003
$T_0^2[s^2]$	2.779	2.406	2.082	1.798	1.659	1.465
$1/T_0^2\,[s^{-2}]$	0.3598 0.360	0.4156 0.416	0.4803 0.480	0.5562 0.556	0.6028 0.603	0.6826 0.683
$\Delta(1/T_0^2)[s^{-2}]$	0.00087 0.001	0.00092 0.001	0.0012 0.002	0.0012 0.002	0.0019 0.002	0.0026 0.003
t_i[s]	18.18	17.53	15.93	15.59	13.87	13.02
	18.20	17.58	15.95	15.58	13.83	13.02
	18.14	17.56	16.02	15.61	13.83	13.02
t_s[s]	18.173 18.17	17.557 17.56	15.967 15.97	15.593 15.59	13.843 13.84	13.02 13.02
Δt	0.033 0.04	0.027 0.03	0.053 0.06	0.017 0.02	0.027 0.03	0 0.01
T[s]	1.8173 1.817	1.7557 1.756	1.5967 1.597	1.5593 1.559	1.3843 1.384	1.302 1.302
ΔT[s]	0.0033 0.004	0.0027 0.003	0.0053 0.006	0.0017 0.002	0.0027 0.003	0 0.001
$T^2[s^2]$	3.303	3.083	2.550	2.431	1.916	1.695
$1/T^2\,[s^{-2}]$	0.3028 0.303	0.3488 0.349	0.4113 0.411	0.4811 0.481	0.5218 0.522	0.5899 0.590
$\Delta(1/T^2)[s^{-2}]$	0.0011 0.001	0.001 0.001	0.0026 0.003	0.0009 0.001	0.002 0.002	0.0009 0.001

Из једначине кретања клатна у води без пригушења добија се једначина $a+\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)\frac{g}{l}x=0$. Види се да је $\omega_s^2=\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)\frac{g}{l}$, тј. $\omega_s^2=\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)\frac{g}{l}+\beta^2$. Пошто је $\frac{g}{l}=\frac{4\pi^2}{T_0^2}$, то је $\frac{1}{T^2}=\frac{1}{T_0^2}\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)-\frac{\beta^2}{4\pi^2}$. Из ове линеаризоване зависности може се графичком методом одредити тражена густина метала од кога је направљена куглица . Члан уз $1/T_0^2$ одговара коефицијенту правца праве где су ρ_0 и ρ густине воде и материјала од којег је направљена куглица, редом. Слободан члан одговара одсечку на ординати његовим очитавањем са графика може се одредити коефицијент пригушења β .

Одабирањем две неексперименатлне тачке са праве, A – између прве и друге и B – између последње и претпоследње експерименталне тачке, на пример $A(0.38\mathrm{s}^{-2}, 0.3175\mathrm{s}^{-2})$ и $B(0.65\mathrm{s}^{-2}, 0.5625\mathrm{s}^{-2})$ одређује се коефицијент правца праве као:

$$a=\frac{1/T_\mathrm{B}^2-1/T_\mathrm{A}^2}{1/T_{0\mathrm{B}}^2-1/T_{0\mathrm{A}}^2}=\frac{(0.5625-0.3175)\mathrm{s}^{-2}}{(0.65-0.38)\mathrm{s}^{-2}}=0.907.$$

$\Delta(T_{0\mathrm{A}}^2)=0.002\mathrm{s}^{-2}$, $\Delta(T_{0\mathrm{B}}^2)=0.0026\mathrm{s}^{-2}$ и $\Delta(T_\mathrm{A}^2)=\Delta(T_\mathrm{B}^2)=0.0025\mathrm{s}^{-2}$

$$\frac{\Delta a}{a}=\left(\frac{\Delta\left(1/T_{0\mathrm{B}}^2\right)+\Delta\left(1/T_{0\mathrm{A}}^2\right)}{1/T_{0\mathrm{B}}^2-1/T_{0\mathrm{A}}^2}+\frac{\Delta\left(1/T_\mathrm{B}^2\right)+\Delta\left(1/T_\mathrm{A}^2\right)}{1/T_\mathrm{B}^2-1/T_\mathrm{A}^2}\right)=\frac{0.002+0.0026}{0.65-0.38}+\frac{0.0025+0.0025}{0.5625-0.3175}=0.038$$

$$\Rightarrow\ \Delta a=0.907\cdot 0.038=0.035\approx 0.04\quad \Rightarrow a=(0.91\pm 0.04)$$

Пошто је $a=1-\frac{\rho_0}{\rho}$, следи да је $\rho=\frac{\rho_0}{1-a}=\frac{1000\mathrm{kg/m^3}}{1-0.907}=10753\mathrm{kg/m^3}$.

Апсолутна грешка је $\Delta\rho=\rho\left(\frac{\Delta\rho_0}{\rho_0}+\frac{\Delta a}{1-a}\right)=10753\mathrm{kg/m^3}\left(\frac{50}{1000}+\frac{0.035}{1-0.907}\right)=4624\mathrm{kg/m^3}\approx 5000\mathrm{kg/m^3}$.

$$\Rightarrow\ \rho=(11000\pm 5000)\mathrm{kg/m^3}\approx(1.1\pm 0.5)\cdot 10^4\,\mathrm{kg/m^3}$$

Коефицијент пригушења се одређује из одсечка чија вредност, очитана са графика, износи $b=-0.04\mathrm{s}^{-2}$. За вредност апсолутне грешке узета је вредност најмањег подеока по ординати, тј. $\Delta b=0.005\mathrm{s}^{-2}$. $\Rightarrow$ $b=(-0.040\pm 0.005)\mathrm{s}^{-2}$.

$$\Rightarrow\ \beta=\sqrt{4\pi^2 b}=2\pi\sqrt{0.04\mathrm{s}^{-2}}=1.257\mathrm{s}^{-1}$$

$$\Rightarrow\ \Delta\beta=\frac{\beta}{2}\frac{\Delta b}{b}=\frac{1.257\mathrm{s}^{-1}}{2}\frac{0.005}{0.04}=0.078\mathrm{s}^{-1}\approx 0.08\mathrm{s}^{-1}\quad \Rightarrow\ \beta=(1.26\pm 0.08)\mathrm{s}^{-1}$$