Jugoslovensko društvo fizičara
Ministarstvo prosvjete i nauke Republike Crne Gore
Ministarstvo prosvete i sporta Republike Srbije
Ministarstvo za prosvjetu, nauku i kulturu Republike Srpske
38. Savezno takmičenje iz fizike
I razred

1.Mrav se udaljava od mravinjaka po pravoj liniji. Brzina mrava je obrnuto proporcionalna rastojanju od mravinjaka. U trenutku t =0 mrav se nalazi na rastojanju 1 cm od mravinjaka i njegova brzina je 2 cm/s.

a) Kolika će biti brzina mrava u trenutku kada se on nađe na rastojanju 2 cm od mravinjaka ?
b) Skicirati grafik zavisnosti recipročne vrednosti brzine mrava od njegovog rastojanja od mravinjaka.
v) U kom trenutku će rastojanje između mrava i mravinjaka biti 2 cm ? (15 poena)

2.Kofer dužine l i mase M počinje da se kreće niz strmu ravan koja služi za istovar prtljaga iz aviona (slika 1). Strma ravan sa horizontalom zaklapa ugao 30^0 . Početni deo strme ravni dužine L ($L > l$) sadrži valjke mase m i poluprečnika r ($r << l$), koji mogu da rotiraju oko svoje ose bez trenja u ležištima. Razmak između valjaka je zanemarljivo mali u odnosu na njihov prečnik. Preostali deo strme ravni je gladak. U početnom trenutku gornja ivica kofera se poklapa sa vrhom strme ravni. Obeležimo sa x rastojanje gornje ivice kofera od vrha strme ravni.

a) Odrediti ubrzanje kofera za $x \le L - l$. Koliko će vremena proteći od početka kretanja do trenutka kada donja ivica kofera stigne do početka glatkog dela strme ravni ?
b) Odrediti zavisnost ubrzanja kofera od x za $x \ge L - l$.
v) Skicirati grafik zavisnosti ubrzanja kofera od x.

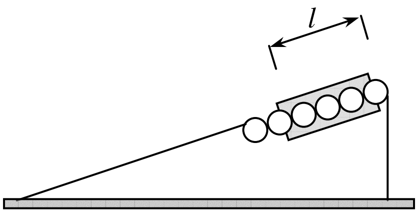
Predpostaviti da kofer ne proklizava po valjcima. Moment inercije valjka u odnosu na osu koja prolazi kroz njegov centar je $I = \frac{1}{2}mr^2$. (20 poena)

3. Metak mase m koji je leteo horizontalno brzinom v_0 , udara u kuglu mase M i poluprečnika R , koja se nalazi na hrapavoj horizontalnoj podlozi, na visini $R/2$ iznad centra kugle (slika 2). Metak se odbija od kugle vertikalno naviše. Nakon odbijanja metka kugla jedno vreme proklizava, a zatim se uspostavlja kotrljanje kugle, bez proklizavanja, ravnomerno brzinom v_1. Intenzitet sile kojom metak deluje na kuglu tokom sudara možemo smatrati konstantnim.

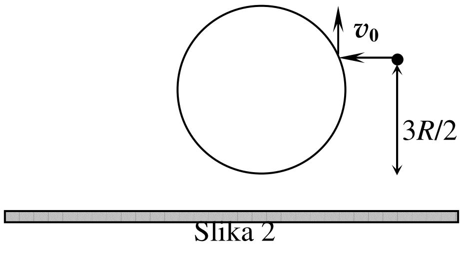
a) Ako je vreme trajanja sudara τ odrediti intenzitet horizontalne komponente sile kojom metak deluje na kuglu tokom sudara. Kolika će biti brzina centra kugle neposredno nakon sudara?
b) Ako je koeficijent trenja između podloge i kugle μ odrediti vreme koje protekne od trenutka sudara do trenutka kada kugla prestane da proklizava po stolu. Odrediti ugaonu brzinu kugle neposredno nakon sudara sa metkom.
v) Koliki je intenzitet vertikalne komponente sile kojom je metak delovao na kuglu tokom sudara ? Odrediti brzinu metka neposredno nakon sudara.

Moment inercije kugle u odnosu na osu koja prolazi kroz njen centar je $I = \frac{2}{5}mR^2$. (20 poena)

4. Dve jednake zvezde A i V rotiraju pod uticajem međusobnog privlačenja na međusobnom rastojanju l. U ravni njihovih orbita kreće se laka planeta S, tako da je AS=VS. Trougao AVS ne menja svoje dimenzije prilikom kretanja. Odredite položaj planete S u odnosu na zvezde A i V. (15 poena)



Slika 1



Slika 2

Zadatke pripremio Branislav Cvetković
Recenzent dr. Aleksandar Srećković
Predsednik komisije dr. Mićo Mitrović

Југословенско друштво физичара
Министарство просвјете и науке Републике Црне Горе
Министарство просвете и спорта Републике Србије
Министарство за просвјету, науку и културу Републике Српске

38. Савезно такмичење из физике

I и II разред

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ЗАДАТАК

Мерење убрзања Земљине теже физичким клатном

Физичко калтно је круто тело које може да осцилује под дејством силе Земљине теже око хоризонталне осе која пролази кроз његово тежиште.

Период осциловања физичког клатна дат је следећом релацијом:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}\ ,$$

где су:
I - момент инерције физичког клатна у односу на осу осциловања,
m - маса клатна,
d - растојање тежишта клатна од осе осциловања.

Момент инерције крутог тела у односу која је паралелна оси која пролази кроз тежиште тела израчунава се помоћу Штајнерове теореме:

$$I = I_0 + md^2\ ,$$

где су:
I_0- момент инерције физичког клатна у односу на осу која пролази кроз тежиште тела,
m - маса клатна,
d - растојање између оса.

Као што се види, период осциловања физичког клатна зависи од убрзања Земљине теже, па се самим тим оно може употребити за његово одређивање.

ЗАДАТАК

1. Одредити положај тежишта датог физичког клатна. Опишите начин његовог одређивања.
2. Помоћу компонената које су вам на располагању формирајте физичко клатно коме можете мењати удаљеност осе осциловања од тежишта клатна.
3. Измерите убрзање Земљине теже. Процените грешку мерења.
4. Измерите момент инерције клатна у односу на осу која пролази кроз његово тежиште. Процените грешку мерења.
5. Грешку масе клатна занемарите.

ПРИБОР

1. Физичко клатно - картон
2. Игла за вешање клатна пробијањем картона
3. Ослонац осовине - игле
4. Конац
5. Пластелин за фиксирање конца
6. Штоперица - хронометар

УПУТСТВО

1. Мерите зависност периода осциловања клатна од удаљености осе осциловања од његовог тежишта. Препорука: мерите време трајања 10 осилација.
2. Нађите одговарајућу линеарну зависност између мерених физичких величина, или њихових алгебарских комбинација.

   Напомена 1: Под алгебарским комбинацијама се подразумевају различите математичке операције извршене између величина, на пример, производ, производ једне са квадратом друге и слично, тако да линеарна зависност може имати веома различите облике као што су на пример $y \cdot x^2 = f(x \cdot y)$, $\sqrt{x} = f(x^3 \cdot y^2)$ итд.

   Напомена 2: Линеаризацију можете извршити на више начина. Наведени примери само објашњавају шта се подразумева под алгебарском комбинацијом величина, и не одговарају овом експерименту.
3. Нацртајте график те линеарне зависности и одредите параметре који је карактеришу.
4. Користећи те параметре, одредите тражене физичке величине.

ВАЖНА НАПОМЕНА!!!!

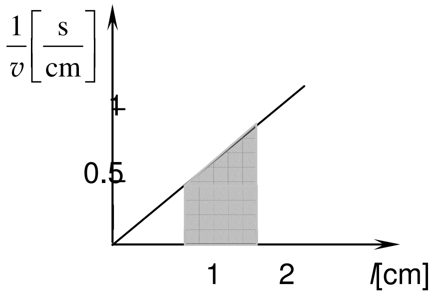
ОПИШИТЕ НАЧИН СВИХ МЕРЕЊА КАО И НАЧИН ФОРМИРАЊА КЛАТНА.

Задатак припремила: Андријана Жекић
Председник комисије: Мићо Митровић

Jugoslovensko društvo fizičara
Ministarstvo prosvjete i nauke Republike Crne Gore
Ministarstvo prosvete i sporta Republike Srbije
Ministarstvo za prosvjetu, nauku i kulturu Republike Srpske
Rešenja zadataka sa 38. Saveznog takmičenja iz fizike
I razred

1. a) Iz uslova zadatka je : $v = \frac{k}{l}$. Dalje je : $k = l_1 \cdot v_1 = 2\frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$. Dakle za $l_2 = 2\ \text{cm}$ je $v_2 = 1\frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

   b)

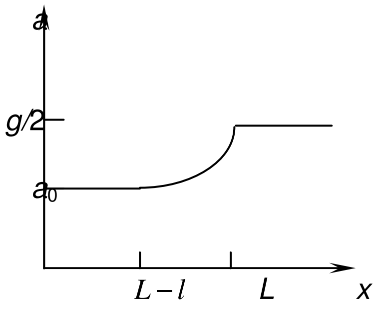


   v) Kako je $v = \frac{\Delta l}{\Delta t}$, to je: $\Delta t = \frac{\Delta l}{v} = \frac{1}{v} \cdot \Delta l$. Traženo vreme je jednako osenčenoj površini na skiciranom grafiku: $t = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right) \cdot (l_2 - l_1)$ $t = 0.75$ s.

2. a) Jednačina kretanja kofera je: $Ma_0 = \frac{Mg}{2} - nf_t$, gde je $n = \frac{l}{2r}$ broj valjaka koji se nalaze ispod kofera. Jednačina kretanja cilindra je: $I\alpha = f_t r$. Dalje je: $\frac{m\alpha r}{2} = f_t$. Kako se kofer kreće bez proklizavanja to je: $a_0 = \alpha r$. Dalje je: $a_0 = \frac{Mg}{2(M + n\frac{m}{2})}$; $a_0 = \frac{g}{2 + \frac{ml}{2Mr}}$. Donja ivica kofera stigne do glatkog dela strme ravni za vreme $t = \sqrt{\frac{2(L-l)(2 + \frac{ml}{2Mr})}{g}}$.

   b) Za $L - l \le x \le L$ na sličan način dobija se: $a(x) = \frac{Mg}{2(M + \frac{n(x)m}{2})}$, gde je $n(x) = \frac{L-x}{2r}$. Dakle: $a = \frac{g}{2 + \frac{m}{2M}\left(\frac{L-x}{r}\right)}$. Za $x \ge L$ kofer će celom dužinom preći na glatki deo strme ravni pa je: $a = \frac{g}{2}$.

   v) Grafik zavisnosti ubrzanja od *x* je:



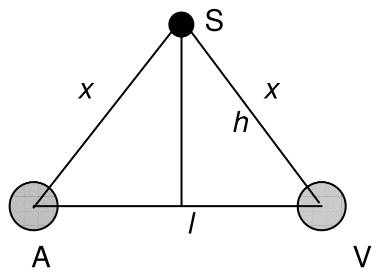
3. a) Na osnovu drugog NJutnovog zakona je: $F_x = \frac{mv_0}{\tau}$. Brzina centra kugle neposredno nakon sudara je:

$$v = \frac{F_x \tau}{M} = \frac{mv_0}{M}.$$

b)Jednačine kretanja kugle nakon sudara su: $Ma = F_{tr}$; $I\alpha = F_{tr}R$. Dalje je: $a = g\mu$; $\alpha = \frac{5g\mu}{2R}$. Brzina kugle nakon sudara se menja po zakonu: $v(t) = v - g\mu t$. Vreme koje protekne od trenutka sudara do trenutka kada kugla prestane da proklizava po stolu je: $t = \frac{\frac{m}{M}v_0 - v_1}{g\mu}$. Ugaona brzina kugle neposredno nakon sudara je: $\omega = \omega_1 - \alpha t$; $\omega = \frac{7v_1}{2R} - \frac{5mv_0}{2MR}$.

v) Promena momenta impulsa kugle za vreme sudara je na osnovu drugog NJutnovog zakona za rotaciju je: $\frac{I\omega}{\tau} = F_x \frac{R}{2} - F_y \frac{R\sqrt{3}}{2}$. Dalje je: $F_y = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(F_x - \frac{2I\omega}{R\tau}\right)$; $F_y = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{3mv_0}{\tau} - \frac{14Mv_1}{5\tau}\right)$. Brzina metka neposredno nakon sudara je: $v' = \frac{F_y \tau}{m}$; $v' = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(3v_0 - \frac{14M}{5m}v_1\right)$.

4. Dve zvezde rotiraju oko centra mase pri čemu je: $M\omega^2 \frac{l}{2} = \frac{\gamma M^2}{l^2}$ .Sledi: $\omega^2 = \frac{2\gamma M}{l^3}$



Kako trougao AVS na menja dimenzije tokom kretanja to laka planeta S rotira oko zajedničkog centra istom ugaonom brzinom: $m\omega^2 h = \frac{2\gamma mM}{x^2}\frac{h}{x}$. Dalje je: $h\left(1 - \frac{l^3}{x^3}\right)$=0, tj. $h = 0$ ili $x = l$. U prvom slučaju planeta S i zvezde A i V nalaze se na jednoj pravoj, pri čemu je udaljenost planete S do zvezda A i V $x = \frac{l}{2}$. U drugom slučaju planeta S i zvezde A i V nalaze se u temenima jednakostraničnog trougla stranice *l*.

Zadatke pripremio Branislav Cvetković

Recenzent dr. Aleksandar Srećković
Predsednik komisije dr. Mićo Mitrović

РЕШЕЊЕ ЕКСПЕРИМЕНТАЛНОГ ЗАДАТКА ЗА I и I I РАЗРЕД

Користећи формулу за период физичког клатна $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$ и Штајнерову теорему $I = I_0 + md^2$ добија се следећа линеарна зависност: $T^2 d = \frac{4\pi^2 I_0}{mg} + \frac{4\pi^2}{g} d^2$, односно $T^2 d = f\left(d^2\right)$. Из вредности коефицијента правца $a = \frac{4\pi^2}{g}$, следи да је $g = \frac{4\pi^2}{a}$. Из вредности одсечка на y - оси $b = \frac{4\pi^2 I_0}{mg}$, следи да је тражена вредност момента инерције клатна у односу на осу која пролази кроз његово тежиште $I_0 = \frac{mgb}{4\pi^2}$.

n	$t_i[\mathrm{s}]$	$d[\mathrm{cm}]$	$\Delta t[\mathrm{s}]$	$t_S[\mathrm{s}]$	$T[\mathrm{s}]$	$T^2 d[\mathrm{s^2 m}]$	$\Delta(T^2 d)[\mathrm{s^2 m}]$	$d^2[\mathrm{cm^2}]$	$\Delta d^2[\mathrm{cm^2}]$
1	9.50 9.43 9.48	12.7	0.04 0.04	9.47	0.947	0.11389 0.104	0.00186 0.0019	161.3 16	2.6 3
2	9.25 9.31 9.34	11.0	0.05 0.05	9.30	0.930	0.09514 0.095	0.00189 0.0019	121 121	2.2 3
3	9.41 9.28 9.34	9.3	0.067 0.07	9.343 9.34	0.9343 0.934	0.08118 0.0812	0.00126 0.0013	86.49 86.5	1.86 1.9
4	9.56 9.56 9.53	7.6	0.02 0.02	9.55	0.955	0.06931 0.0693	0.0012 0.0012	57.76 57.8	1.52 1.6
5	10.28 10.21 10.22	5.5	0.043 0.05	10.237 10.24	1.0237 1.024	0.05764 0.05764	0.00153 0.0016	30.25 30.2	1.1 1.1
6	11.81 11.97 11.91	3.6	0.073 0.08	11.897 11.90	1.1897 1.190	0.051 0.051	0.002 0.002	12.96 13.0	0.72 0.8

Грешке $\Delta\left(T^2 d\right)$ и $\Delta\left(d^2\right)$ се израчунавају као $\Delta\left(T^2 d\right) = T^2 d\left(2\frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta d}{d}\right)$ и $\Delta\left(d^2\right) = 2d \cdot \Delta d$, респективно, при чему су $\Delta T = \frac{\Delta t}{n}$ и $\Delta d = 0.1\,\mathrm{cm}$.

Избором две неексперименталне тачке са праве $T^2 d = f\left(d^2\right)$, нпр. $\mathrm{A}\left(18\mathrm{cm^2}; 0.0525\mathrm{s^2 m}\right)$ и $\mathrm{B}\left(135\mathrm{cm^2}; 0.102\mathrm{s^2 m}\right)$, одређује се коеф. правца као:

$$a = \frac{\left(T^2 d\right)_B - \left(T^2 d\right)_A}{d_B^2 - d_A^2} = \frac{(0.102 - 0.0525)\mathrm{s^2 m}}{(135 - 18)\mathrm{cm^2}} = 4.23\frac{\mathrm{s^2}}{\mathrm{m}}$$

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta\left(T^2 d\right)_B + \Delta\left(T^2 d\right)_A}{\left(T^2 d\right)_B - \left(T^2 d\right)_A} + \frac{\Delta\left(d^2\right)_B + \Delta\left(d^2\right)_A}{\left(d^2\right)_B - \left(d^2\right)_A} = \frac{(0.0189 + 0.002)}{(0.102 - 0.0525)}$$

.

$$\frac{\Delta a}{a} = 0.1102 \Rightarrow \Delta a = 0.47\frac{\mathrm{s^2}}{\mathrm{m}} \qquad \Rightarrow \quad a = (4.2 \pm 0.5)\frac{\mathrm{s^2}}{\mathrm{m}}$$

Пошто је $a = \dfrac{4\pi^2}{g}$, следи да је $g = \dfrac{4\pi^2}{a}$, а његова апсолутна грешка $\Delta g = g\dfrac{\Delta a}{a}$.

$$g = \frac{4\pi^2}{a} = \frac{4\pi^2}{4.23\,\mathrm{s}^2/\mathrm{m}} = 9.3\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta g = g\frac{\Delta a}{a} = 9.3\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0.1102 = 1.03\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$\Rightarrow \quad g = (9 \pm 1)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Користећи вредност убрзања Земљине теже g, и вредности одсечка b одређене са графика, може се добити вредност момента инерције клатна у односу на осу која пролази кроз његово тежиште, I_0.

Пошто је $b = \dfrac{4\pi^2 I_0}{mg}$, следи да је $I_0 = \dfrac{mgb}{4\pi^2}$.

Очитана вредност b са графика је $b = 0.045\mathrm{s}^2\mathrm{m}$. Грешка очитавања одсечка b се одређује помоћу најхоризонталније и највертикалније праве које се могу повући у оквиру интервала грешака и износи $\Delta b = 0.004\mathrm{s}^2\mathrm{m}$ (веће одступање, што је овде случај, или половина укупног интервала).

$$I_0 = \frac{mgb}{4\pi^2} = \frac{15.65\cdot 10^{-3}\mathrm{kg}\cdot 9.3\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0.045\mathrm{s}^2\mathrm{m}}{4\pi^2} = 1.66\cdot 10^{-4}\,\mathrm{kgm}^2$$

Апсолутна грешка се израчунава по формули $\Delta I_0 = I_0\left(\dfrac{\Delta g}{g} + \dfrac{\Delta b}{b}\right)$.

$$\Delta I_0 = 1.66\cdot 10^{-4}\,\mathrm{kgm}^2\left(\frac{1.03}{9.33} + \frac{0.004}{0.045}\right) = 0.33\cdot 10^{-4}\,\mathrm{kgm}^2$$

$$I_0 = (1.7 \pm 0.4)\cdot 10^{-4}\,\mathrm{kgm}^2$$