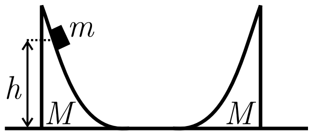
САВЕЗНА РЕПУБЛИКА ЈУГОСЛАВИЈА

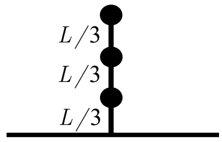
ЈУГОСЛОВЕНСКО ДРУШТВО ФИЗИЧАРА,
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЈЕТЕ И НАУКЕ РЕПУБЛИКЕ ЦРНЕ ГОРЕ,
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ И
МИНИСТАРСТВО ЗА ПРОСВЕТУ, НАУКУ И КУЛТУРУ
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ

36. савезно такмичење ученика средњих школа из физике
Бечићи, јун 2001. године
I разред

1. Два покретна клина једнаких маса M мирују у почетном тренутку на хоризонталној подлози. Са левог клина склизне плочица масе m са висине h (слика 1). На коју ће се максималну висину h' подићи плочица на десном клину? Трење занемарите. (20 п.)



Слика 1



Слика 2

2. а) На хоризонталну подлогу је постављен штап дужине $L = 1.2\,\mathrm{m}$ и занемарљиве масе. На штапу су учвршћене три једнаке куглице на међусобним растојањима $L/3$, а штап је учвршћен за подлогу у подножју (слика 2). Одредите интензитете брзина куглица у тренутку удара у подлогу, ако је штап почео да пада без почетне брзине. Интензитет убрзања Земљине теже је $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$. (10 п.)

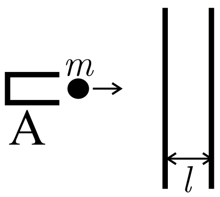
   б) Један крај нити дужине l причвршћен је за непокретни сталак, а други крај за тег масе m. Тег је изведен из равнотежног положаја и пуштен да осцилује тако да његова максимална висина у односу на равнотежни положај износи h. Нађите интензитет силе затезања нити T у тренутку проласка тега кроз равнотежни положај. Колика је највећа дозвољена вредност висине h при којој нит неће пући? Нит може да издржи максималну силу затезања интензитета $T_0 = 6mg$. (10 п.)

3. Свемирски брод се налази у сазвежђу Лабуд (Cygnus) и почиње са истраживањем звезде X-1 (Cyg X-1). На растојању $r_1 = 3.02 \cdot 10^9\,\mathrm{km}$ од звезде брод је мировао у односу на њу. Под утицајем гравитационе силе брод је почео да се приближава звезди и на растојању $r_2 = 1.01 \cdot 10^9\,\mathrm{km}$ његова брзина имала је интензитет $v = 47.6\,\mathrm{km/s}$. Након тога је уочено да је Cyg X-1 звездани систем, мада је само једна звезда видљива. Научници са брода су измерили да се видљива звезда креће по кружници полупречника $R_1 = 7.91 \cdot 10^6\,\mathrm{km}$ са периодом $T = 5.60$ дана. Ово их је навело на идеју да је пратилац видљиве звезде црна рупа. Овакав објекат настаје еволуцијом звезде чија је маса већа од три сунчеве масе, има веома мали полупречник (неколико километара) и због јаке гравитационе силе на његовој површини чак ни светлост не може да га напусти, па је зато невидљив. Наравно, његово гравитационо дејство на околне објекте је исто као да се ту налази звезда једнаке масе. На основу датих података нађите масу видљиве звезде M_1 и масу њеног пратиоца M_2. Да ли невидљиви пратилац може да буде црна рупа, судећи по његовој маси M_2? Маса Сунца је $M_s = 1.98 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$, а гравитациона константа износи $\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3/kg\,s^2}$. [За двојне системе III Кеплеров закон може да се напише у облику $\gamma(M_1 + M_2)/4\pi^2 = R^3/T^2$, где су M_1 и M_2 масе појединих компоненти, а R је њихово растојање. Обе компоненте ротирају око центра масе са једнаким периодом T.] (20 п.)

$\longrightarrow$

4. Човек се налази у чамцу на језеру и жели да одреди масу чамца M. Како то да уради, ако зна своју масу m и поседује само траку за мерење дужине која је веома дугачка? (15 п.)

5. За испитивање особина неког материјала користи се апаратура приказана на слици 3. Уређај А може да испаљује пројектиле различитих маса тако да сви имају исту почетну кинетичку енергију E_0. Пројектили налећу на плочу дебљине l од материјала који се испитује. Познато је да сила отпора која делује на пројектил док се креће кроз плочу зависи само од масе пројектила. Наш задатак је да нађемо ту зависност. Зато је изведен експеримент у коме је измерена дубина продирања d у плочу за пројектиле различитих маса m. Добијени резултати су дати у табели 1. На основу тих података нацртајте график са кога ће се видети каква је зависност интензитета силе отпора од масе пројектила $F(m)$, а затим ову зависност прикажите и аналитички (формулом). Да би нам ова зависност била у потпуности позната, неопходно је да нађемо и вредност енергије E_0. За њено мерење изведен је експеримент у коме је за пројектиле различитих маса m одређивана дебљина плоче l при којој пројектил кроз плочу прође за време $t_0 = 1.0\,\mathrm{ms}$ и добијени резултати су дати у табели 2. Помоћу ових података, користећи знање о облику зависности $F(m)$ које сте претходно стекли, нацртајте график који ће вам омогућити да одредите енергију E_0. Израчунајте енергију E_0, а након тога нађите и коначни облик зависности $F(m)$. Величине чије зависности приказујете на графицима одаберите тако да све зависности буду линеарне. (25 п.)



Слика 3

m [g]	d [mm]
5.0	25
10	12
15	8.2
20	6.2
25	5.1

Табела 1

m [g]	l [mm]
5.0	11
10	7.5
15	5.8
20	4.7
25	4.0

Табела 2

Задатке припремио: Антун Балаж
Рецензент: др Сунчица Елезовић-Хаџић
Председник комисије: др Мићо Митровић

Решења задатака са 36. савезног такмичења ученика средњих школа из физике – Бечићи, јун 2001. године
I разред

1. Ако интензитет брзине плочице на подлози означимо са u, а интензитет брзине левог клина са v, из закона одржања импулса следи $mu = Mv \Rightarrow v = mu/M$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, док је из закона одржања енергије $mgh = mu^2/2 + Mv^2/2$ $\boxed{\textbf{4 п}}$, па након замене израза за v добијамо $u = \sqrt{2gh/(1+m/M)}$ $\boxed{\textbf{3 п}}$. Ако интензитет брзине десног клина у тренутку када се плочица попне на максималну висину h' означимо са V, из закона одржања импулса следи $mu = (m+M)V \Rightarrow V = mu/(m+M)$ $\boxed{\textbf{3 п}}$. Из закона одржања енергије је $mu^2/2 = (m+M)V^2/2 + mgh'$ $\boxed{\textbf{4 п}}$, па је $h' = u^2/2g - (m+M)V^2/2mg$. Ако искористимо добијене изразе за u и V, следи $h' = h/(1+m/M)^2$ $\boxed{\textbf{3 п}}$.

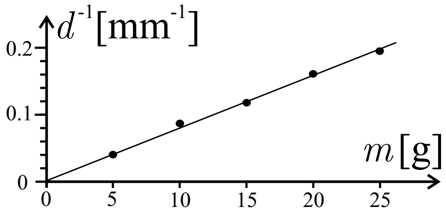
2. а) Ако са ω означимо интензитет угаоне брзине штапа у тренутку удара у подлогу, тада су интензитети брзина куглица једнаки $v_1 = \omega L/3$, $v_2 = 2\omega L/3$ и $v_3 = \omega L$, односно $v_2 = 2\,v_1$ $\boxed{\textbf{1 п}}$ и $v_3 = 3\,v_1$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Из закона одржања енергије $mgL/3 + 2mgL/3 + mgL = mv_1^2/2 + mv_2^2/2 + mv_3^2/2$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, где је m маса сваке од куглица, заменом израза за v_2 и v_3 добијамо $2mgL = 7mv_1^2$, односно $v_1 = \sqrt{2gL/7}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$, $v_2 = 2\sqrt{2gL/7}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$ и $v_3 = 3\sqrt{2gL/7}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. За дату вредност дужине L је $v_1 = 1.8\,\mathrm{m/s}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$, $v_2 = 3.7\,\mathrm{m/s}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$ и $v_3 = 5.5\,\mathrm{m/s}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$.

   б) Ако је v интензитет брзине тега у равнотежном положају, важи $mv^2/2 = mgh$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, одакле је $mv^2 = 2mgh$. Како је $T = mg + mv^2/l$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, добијамо $T = mg(1 + 2h/l)$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. Максимална могућа вредност за h је $h_m = 2l$ и она даје силу затезања интензитета $T_m = 5mg < T_0 = 6mg$, па је свака могућа вредност за h (цео интервал $[0,\,2\,l]$) дозвољена $\boxed{\textbf{2 п}}$.

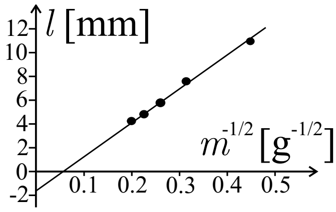
3. Из закона одржања енергије следи $-\gamma m(M_1+M_2)/r_1 = -\gamma m(M_1+M_2)/r_2 + mv^2/2$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, где је m маса брода. Одатле је $M_1 + M_2 = v^2 r_1 r_2/2\gamma(r_1 - r_2)$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, односно $M_1 + M_2 = 2.58 \cdot 10^{31}\,\mathrm{kg}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Из III Кеплеровог закона следи $R^3 = \gamma(M_1+M_2)T^2/4\pi^2$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, односно $R = 21.7 \cdot 10^6\,\mathrm{km}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Полупречник орбите невидљивог пратиоца је $R_2 = R - R_1 = 13.8 \cdot 10^6\,\mathrm{km}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Пошто оба објекта круже око центра масе, мора да важи $M_1 R_1 = M_2 R_2$ $\boxed{\textbf{5 п}}$, одакле је $k = M_1/M_2 = R_2/R_1 = 1.74$, па добијамо $M_1 = (M_1{+}M_2)/(1{+}1/k) = 1.64{\cdot}10^{31}\,\mathrm{kg} = 8.27M_s$ $\boxed{\textbf{2 п}}$ и $M_2 = (M_1{+}M_2){-}M_1 = 9.40{\cdot}10^{30}\,\mathrm{kg} = 4.75M_s$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. Како је $M_2 > 3M_s$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, закључујемо да је могуће да је невидљиви пратилац црна рупа.

4. Ако човек стане на један крај чамца и постави га под углом од 90^0 у односу обалу тако да другим крајем додирује обалу, а затим пређе на други крај чамца (ближи обали) крећући се константном брзином интензитета v, чамац ће се удаљавати од обале константном брзином интензитета V и из закона одржања импулса следи $mv = MV$ (брзине мерене у односу на обалу). Ако је t време кретања, l дужина чамца, а x растојање за које се чамац удаљи од обале (l и x могу да се измере помоћу траке за мерење дужине), онда је $mvt = MVt$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, а како је $vt = l - x$ $\boxed{\textbf{5 п}}$ и $Vt = x$ $\boxed{\textbf{5 п}}$, добијамо $m(l-x) = Mx$, одакле је $M = m(l/x - 1)$ $\boxed{\textbf{2 п}}$.

5. Нека је $v_0(m)$ интензитет почетне брзине пројектила масе m. Из израза $E_0 = mv_0^2(m)/2$ следи да је $v_0(m) = \sqrt{2E_0/m}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Ако дубину продирања пројектила масе m означимо са $d(m)$, онда је $v_0^2(m) = 2F(m)d(m)/m$, одакле је $E_0 = F(m)d(m)$, односно $F(m) = E_0/d(m)$. На основу датих података не можемо да нацртамо зависност $F(m)$ јер не знамо вредност E_0, али можемо да нацртамо зависност $F(m)/E_0 = 1/d(m)$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, која је приказана на слици 1 $\boxed{\textbf{4 п}}$. У питању је линеарна зависност $F(m)/E_0 = \alpha m$ $\boxed{\textbf{1 п}}$, где је $\alpha \approx 8.0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{g^{-1}\,mm^{-1}} = 8.0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg^{-1}\,m^{-1}}$ $\boxed{\textbf{3 п}}$. Сада је $F(m) = \alpha E_0 m$. У другом експерименту је $l(m) = v_0(m)t_0 - F(m)t_0^2/2m = t_0\sqrt{2E_0/m} - \alpha E_0 t_0^2/2$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, па ако нацртамо зависност дебљине плоче l од $x = 1/\sqrt{m}$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, добићемо линеарну зависност $l(x) = Ax - B$, где је $A = t_0\sqrt{2E_0}$ и $B = \alpha E_0 t_0^2/2$. Са слике 2 $\boxed{\textbf{4 п}}$ се добија $A \approx 28\,\mathrm{g^{1/2}\,mm} = 8.9 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg^{1/2}\,m}$ и $B \approx 1.6\,\mathrm{mm}$, па је $E_0 = A^2/2t_0^2 \approx 0.40\,\mathrm{J}$, односно $E_0 = 2B/\alpha t_0^2 \approx 0.39\,\mathrm{J}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. Видимо да су ове две вредности међусобно сагласне, као што и очекујемо. Коначно, $F(m) = km$, где је $k = \alpha E_0 \approx 3.2 \cdot 10^3\,\mathrm{m/s^2}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$.



Слика 1



Слика 2

Задатке припремио: Антун Балаж
Рецензент: др Сунчица Елезовић-Хаџић
Председник комисије: др Мићо Митровић