ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ И МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

Задаци за републичко такмичење из физике ученика средњих школа школске 2000/2001. године I разред

1. На екватору планете полупречника R тежина тела једнака је нули. Покажите да у екваторијалној орбити око ове планете не могу да круже геостационарни сателити без сопственог мотора (геостационарни сателити се стално налазе изнад исте тачке на површини планете). Ако желимо да поставимо геостационарни сателит са реактивним мотором на висину $d = R$ изнад површине планете, колики мора да буде однос интензитета вучне силе мотора и гравитационе силе која делује на сателит? Пошто реактивни мотор избацује спаљено гориво, па се маса сателита смањује, да ли ће се нађени однос мењати? (20 п.)

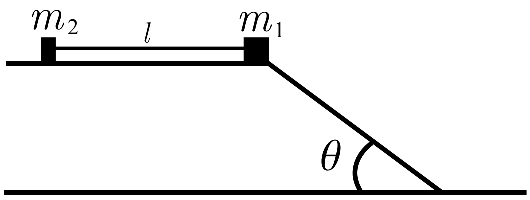
2. Са врха стрме равни нагибног угла $\theta = 30^0$ истовремено из мировања крећу лопта и прстен исте масе и полупречника. Оба тела се котрљају без проклизавања. Нађите однос времена потребних лопти и прстену да стигну у подножје стрме равни. Које тело ће стићи прво? (20 п.)

3. Ученици првог разреда кренули су на екскурзију. Док су се возили аутобусом, Душан је одлучио да провери своје знање о косом хицу. Како се аутобус кретао константном брзином по равном путу, занемарио је његово кретање, односно све је рачунао у систему везаном за аутобус. Бацио је лоптицу почетном брзином интензитета u_0 под углом од 45^0 у односу на хоризонталну раван са намером да погоди у главу Милана који је седео $l_0 = 2.06\,\mathrm{m}$ испред њега. Душан је тачно израчунао потребни интензитет почетне брзине u_0, али је у тренутку када је бацио лоптицу аутобус почео да кочи убрзањем константног интензитета a, па је лоптица погодила у главу професора физике, који је седео $l_1 = 4.20\,\mathrm{m}$ испред Душана. Након тога Душан је морао свима да објасни експеримент и професор му је опростио овај несташлук из научних разлога, али тек пошто је Душан израчунао интензитет убрзања аутобуса a на основу већ познатих података. Нађите интензитет почетне брзине u_0 којом је Душан бацио лоптицу, као и интензитет убрзања a којим је аутобус кочио. (20 п.)

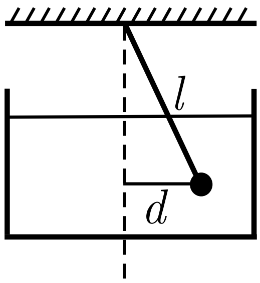
4. Два тела занемарљивих димензија, прво масе m_1 и друго масе $m_2 = m_1/2$, повезана су концем дужине $l = 1.0\,\mathrm{m}$. Прво тело налази се на врху стрме равни нагибног угла $\theta = 45^0$ (слика 1). Коефицијент трења између првог тела и подлоге је $\mu_1 = 0.50$, а између другог тела и подлоге $\mu_2 = \mu_1/2$. Прво тело почне да клизи низ стрму раван без почетне брзине. Нађите време од почетка кретања тела до њиховог судара. Колика је релативна брзина кретања тела у тренутку судара? Коефицијенти трења између тела и подлоге који су дати односе се и на хоризонтални део пре стрме равни и на стрму раван. Можете сматрати да друго тело прелази на стрму раван без поскакивања. Занемарите трење између конца и стрме равни. (20 п.)

⟶

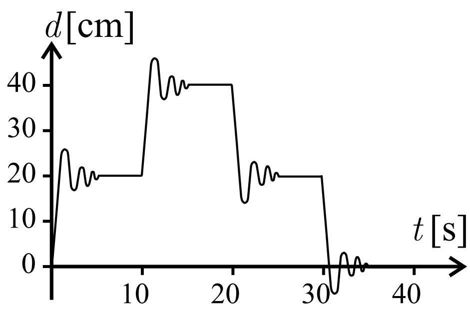
5. За мерење убрзања воза који се креће по равној и хоризонталној прузи искоришћена је апаратура приказана на слици 2. За плафон вагона причвршћена је нит дужине $l = 2.60\,\mathrm{m}$ на чијем се другом крају налази лоптица од алуминијума која је уроњена у провидну посуду са глицерином. Помоћу камере је снимљено кретање куглице и на слици 3 је приказана временска зависност отклона d куглице од равнотежног положаја за првих $40.0\,\mathrm{s}$ кретања воза. Познато је да воз креће из мировања у тренутку $t = 0.00\,\mathrm{s}$ и да убрзава до тренутка $t = 30.0\,\mathrm{s}$, при чему је његово убрзање константно на временским интервалима $(0.00\,\mathrm{s}, 10.0\,\mathrm{s})$, $(10.0\,\mathrm{s}, 20.0\,\mathrm{s})$ и $(20.0\,\mathrm{s}, 30.0\,\mathrm{s})$. Након тренутка $t = 30.0\,\mathrm{s}$ воз се креће константном брзином. Објасните квалитативно график на слици 3 и нацртајте временску зависност интензитета убрзања и брзине воза. Чему служи посуда са глицерином у овом експерименту? Да ли би експеримент могао успешно да се изведе без ње? Поред гравитационе силе, силе отпора средине и силе затезања нити, на куглицу у глицерину делује и сила потиска усмерена вертикално навише. Ова сила једнака је по интензитету тежини куглицом истиснутог глицерина, односно тежини глицерина чија је запремина једнака запремини куглице. Густина глицерина је $\rho_1 = 1260\,\mathrm{kg/m^3}$, а алуминијума $\rho_2 = 2700\,\mathrm{kg/m^3}$. Утицај кретања глицерина у посуди на куглицу је занемарљив. (20 п.)



Слика 1



Слика 2



Слика 3

За интензитет убрзања Земљине теже узмите $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$ у свим задацима.

Задатке припремио: Антун Балаж

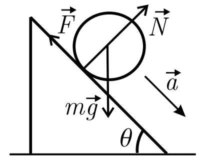
Рецензент: др Сунчица Елезовић-Хаџић

Председник комисије: др Мићо Митровић

Решења задатака са републичког такмичења из физике ученика средњих школа школске 2000/2001. године
I разред

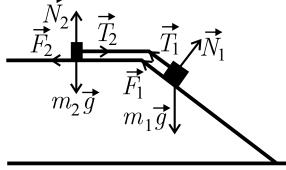
1. Ако масу планете означимо са M, а интензитет њене угаоне брзине са ω, онда за тело масе m које мирује у односу на планету на екватору мора да важи $\gamma\, m\, M/R^2 = m\, v_z^2/R$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, где је $v_z = \omega\, R$ интензитет брзине тела. Одавде добијамо услов $\gamma\, M = \omega^2\, R^3$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. За геостационарни сателит масе m_s који се налази на висини d морало би да важи $\gamma\, m_s\, M/(R+d)^2 = m_s\, v_s^2/(R+d)$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, где је $v_s = \omega\,(R+d)$ $\boxed{\textbf{1 п}}$ интензитет брзине сателита. Одавде бисмо добили $\gamma\, M = \omega^2\,(R+d)^3$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Међутим, како за планету важи $\gamma\, M = \omega^2\, R^3 < \omega^2\,(R+d)^3$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, видимо да услов геостационарности није могуће задовољити без интервенције у виду додатне силе која делује на сателит. Како је
$$\frac{m_s\, v_s^2}{R+d} - \frac{\gamma\, m_s\, M}{(R+d)^2} = \frac{\gamma\, m_s\, M}{(R+d)^2}\left(\frac{\omega^2\,(R+d)^3}{\gamma\, M} - 1\right) = \frac{\gamma\, m_s\, M}{(R+d)^2}\left[\left(\frac{R+d}{R}\right)^3 - 1\right] \boxed{\textbf{4 п}}\,,$$
где смо искористили услов $\gamma\, M = \omega^2\, R^3$, видимо да мотор мора да делује на сателит вучном силом $\vec{F}_v = \vec{F}_g\;[(R+d)^3/R^3 - 1]$, која има исти правац и смер као и гравитациона сила којом Земља делује на сателит $\vec{F}_g$. Однос интензитета је $F_v/F_g = (R+d)^3/R^3 - 1$ $\boxed{\textbf{3 п}}$. За $d = R$ добијамо $F_v/F_g = 7$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. Како овај однос не зависи од масе сателита, он се неће мењати са смањењем те масе $\boxed{\textbf{1 п}}$.

2. Размотримо прво ситуацију са слике 1: тело масе m, полупречника R и момента инерције I котрља се без проклизавања по стмој равни нагибног угла $\theta = 30^0$. На то тело делује гравитациона сила $m\vec{g}$, сила реакције стрме равни $\vec{N}$ и сила $\vec{F}$ која омогућава котрљање без проклизавања. У правцу дуж стрме равни важи $m\, a = m\, g/2 - F$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, где је a интензитет убрзања тела, док за интензитет угаоног убрзање тела α имамо $F\, R = I\,\alpha$ $\boxed{\textbf{3 п}}$. Како је $a = \alpha\, R$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, имамо $F = I\, a/R^2$, па је $m\, a = m\, g/2 - I\, a/R^2$, одакле следи $a = \frac{g/2}{1 + I/m\,R^2}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. За лопту је однос $I/m\,R^2$ једнак $2/5$, док је за прстен овај однос 1, па је интензитет убрзања лопте $a_l = 5\,g/14$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, а интензитет убрзања прстена $a_p = g/4$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. Ако дужину стрме равни означимо са l, тада ће лопта стићи у подножје за време t_l дато са $l = a_l\, t_l^2/2$, одакле је $t_l = \sqrt{2\,l/a_l}$, а за прстен се добија време $t_p = \sqrt{2\,l/a_p}$. Однос ових времена је $t_l/t_p = \sqrt{a_p/a_l}$, односно $t_l/t_p = \sqrt{7/10}$ $\boxed{\textbf{5 п}}$. Како је $\sqrt{7/10} \approx 0.84 < 1$, у подножје ће прва стићи лопта $\boxed{\textbf{1 п}}$.

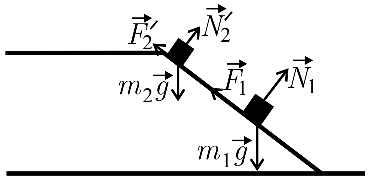


Слика 1

3. Време ћемо мерити од тренутка бацања лоптице. За разлику од Душана, координатни систем ћемо везати за непокретну подлогу и то тако да је x–оса у правцу и смеру кретања аутобуса и да пролази кроз лоптицу у тренутку $t = 0$, а да је y–оса усмерена вертикално нагоре и такође пролази кроз лоптицу у тренутку $t = 0$. Ако интензитет брзине аутобуса у тренутку $t = 0$ означимо са v_0, онда је x–координата лоптице дата са $x(t) = (v_0 + u_0\,\sqrt{2}/2)\,t$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, а $y(t) = u_0\, t\,\sqrt{2}/2 - g\,t^2/2$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, пошто је лоптица бачена под углом од 45^0. Лоптица је ударила у главу професора у тренутку $t = T$ за који важи $y(T) = 0$, па је $T = u_0\,\sqrt{2}/g$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. У том тренутку се лоптица налази у тачки са x–координатом $x(T)$, а аутобус се померио по x–оси за растојање $d = v_0\, T - a\,T^2/2$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, па важи $l_1 = x(T) - d = (1 + a/g)\, u_0^2/g$ $\boxed{\textbf{3 п}}$. Да се аутобус кретао константном брзином, лоптица би се померила у односу на аутобус за $u_0^2/g = l_0$, одакле је $u_0 = \sqrt{l_0\, g}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, односно $u_0 = 4.5\,\mathrm{m/s}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Из $l_1/l_0 = 1 + a/g$ следи $a = (l_1/l_0 - 1)\, g$ $\boxed{\textbf{3 п}}$, односно $a = 10\,\mathrm{m/s^2}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$.



Слика 2

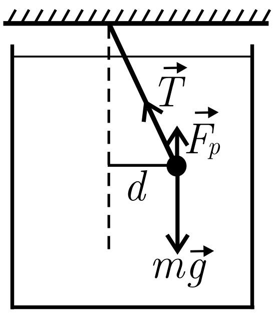


Слика 3

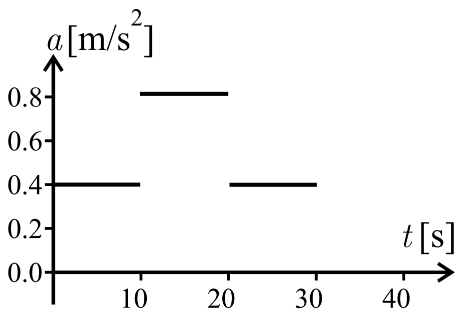
4. Док друго тело не пређе ивицу стрме равни, интензитети убрзања и брзина оба тела су једнаки. Уз ознаке са слике 2, за прво тело важи $N_1 = m_1\, g\,\sqrt{2}/2$ $\boxed{\textbf{1 п}}$ и $F_1 = \mu_1\, N_1$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Ако са a означимо интензитет убрзања тела, тада је $m_1\, a = m_1\, g\,\sqrt{2}/2 - F_1 - T$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, где је $T = |\vec{T}_1| = |\vec{T}_2|$. За друго тело важи $N_2 = m_2\, g$ $\boxed{\textbf{1 п}}$ и $F_2 = \mu_2\, N_2$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Из $m_2\, a = T - F_2 = T - \mu_2\, m_2\, g$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, сабирањем са претходном једначином за a добијамо $(m_1 + m_2)\, a = (1 - \mu_1)\, m_1\, g\,\sqrt{2}/2 - \mu_2\, m_2\, g$, одакле након замене вредности датих у задатку следи $a = (0.50\,\sqrt{2} - 0.25)\, g/3 = 1.5\,\mathrm{m/s^2}$ $\boxed{\textbf{3 п}}$. Крећући се убрзањем интензитета a друго тело ће до ивице стрме равни доћи за време t_0 дато са $l = a\, t_0^2/2 \Rightarrow t_0 = \sqrt{2\,l/a}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Интензитети брзина оба тела у том тренутку биће једнаки и износиће $v_0 = a\, t_0 = \sqrt{2\,a\,l}$. Како је $\mu_2 < \mu_1$ и $m_2 < m_1$, након тог тренутка интензитет силе трења која делује на друго тело ће бити мањи од интензитета силе трења која делује на прво тело. То значи да ће интензитет убрзања другог тела бити већи од интензитета убрзања првог тела, а исто ће важити и за брзине тела.

Дакле, конац више неће играти никакву улогу $\boxed{\textbf{1 п}}$. Ако са a_1 означимо интензитет убрзања првог тела након што друго тело пређе ивицу стрме равни, уз ознаке са слике 3 добијамо једначину $m_1\,a_1 = m_1\,g\,\sqrt{2}/2 - F_1 = (1-\mu_1)\,m_1\,g\,\sqrt{2}/2$, односно $a_1 = (1-\mu_1)\,g\,\sqrt{2}/2 = 3.5\,\mathrm{m/s^2}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. За друго тело важи $m_2\,a_2 = m_2\,g\,\sqrt{2}/2 - F_2'$, где је a_2 интензитет његовог убрзања након што пређе ивицу стрме равни, а $F_2' = \mu_2\,N_2' = \mu_2\,m_2\,g\,\sqrt{2}/2$, па добијамо $m_2\,a_2 = (1-\mu_2)\,m_2\,g\,\sqrt{2}/2 \Rightarrow a_2 = (1-\mu_2)\,g\,\sqrt{2}/2$. Одавде је $a_2 = 5.2\,\mathrm{m/s^2}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Рачунајући дуж стрме равни и у односу на њен почетак, положај првог тела је дат са $s_1 = l + v_0\,t + a_1\,t^2/2$, док је положај другог тела $s_2 = v_0\,t + a_2\,t^2/2$, где се време мери од тренутка када се друго тело нађе на стрмој равни. Тела ће се сударити у тренутку $t = t_{12}$ за који је испуњен услов $s_1 = s_2$, односно $l + v_0\,t_{12} + a_1\,t_{12}^2/2 = v_0\,t_{12} + a_2\,t_{12}^2/2 \Rightarrow t_{12} = \sqrt{2\,l/(a_2-a_1)}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. Дакле, од почетка кретања до судара ће проћи $t_0 + t_{12} = \sqrt{2\,l/a} + \sqrt{2\,l/(a_2-a_1)} = 2.2\,\mathrm{s}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Интензитети брзина тела након поласка другог тела са врха стрме равни су дати са $v_1 = v_0 + a_1\,t$ за прво тело и $v_2 = v_0 + a_2\,t$ за друго тело, па је интензитет релативне брзине другог тела у односу на прво тело у тренутку судара једнак $v_{12} = v_2 - v_1 = (a_2 - a_1)\,t_{12} = 1.9\,\mathrm{m/s}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Правац ове брзине је паралелан са стрмом равни, а смер је наниже $\boxed{\textbf{1 п}}$.

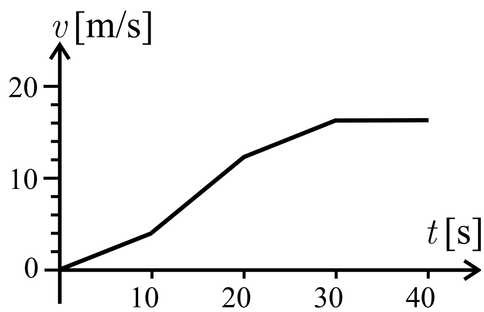
5. Ако се воз креће са константним убрзањем интензитета a и куглица масе m мирује у односу на вагон (слика 4), тада у хоризонталном правцу важи $m\,a = T_h$ $\boxed{\textbf{1 п}}$, где је T_h интензитет хоризонталне компоненте силе затезања нити $\vec{T}$, док у вертикалном правцу важи $F_p + T_v = m\,g$ $\boxed{\textbf{2 п}}$, где је F_p интензитет силе потиска, а T_v интензитет вертикалне компоненте силе затезања нити $\vec{T}$. Како је $F_p = \rho_1\,V\,g$ $\boxed{\textbf{1 п}}$, где је V запремина куглице, а $m = \rho_2\,V$, имамо $F_p = \frac{\rho_1}{\rho_2}\,\rho_2\,V\,g = k\,m\,g$, где смо увели ознаку $k = \rho_1/\rho_2$. Сада је $T_v = m\,g - F_p = (1-k)\,m\,g$, па је $T_v/T_h = (1-k)\,g/a$, одакле је $a = (1-k)\,g\,T_h/T_v$. Из сличности троуглова је $T_h/T_v = d/\sqrt{l^2-d^2}$, па коначно добијамо $a = (1-k)\,g/\sqrt{(l/d)^2-1}$ $\boxed{\textbf{2 п}}$. Познато је да је пригушење клатна које се налази у ваздуху веома мало и да би у условима датим у задатку за $10\,\mathrm{s}$ амплитуда клатна била само мало смањена. Зато је искоришћена посуда са глицерином који је веома вискозан и повећава отпор средине, па се куглица зауставља за време које је краће од $10\,\mathrm{s}$. Ово је веома важно јер нам омогућава да очитамо вредност отклона куглице за сваки од интервала, па је посуда са глицерином неопходна у овом експерименту $\boxed{\textbf{1 п}}$. Дакле, када воз почне да се креће са убрзањем интензитета a_1 на интервалу $(0.00\,\mathrm{s}, 10.00\,\mathrm{s})$, куглица почне да осцилује и заустави се са отклоном $d_1 = 0.20\,\mathrm{m}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. На основу раније изведене релације добијамо $a_1 = 0.40\,\mathrm{m/s^2}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Интензитет брзине воза на овом интервалу је дат са $v(t) = a_1\,t$. Слично, за интервал $(10.00\,\mathrm{s}, 20.00\,\mathrm{s})$ отклон је $d_2 = 0.40\,\mathrm{m}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$ и интензитет убрзања $a_2 = 0.81\,\mathrm{m/s^2}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Интензитет брзине воза на овом интервалу је $v(t) = v(t_1) + a_2\,(t - t_1)$, где је $t_1 = 10.00\,\mathrm{s}$, а $v(t_1) = a_1\,t_1 = 4.0\,\mathrm{m/s}$. За интервал $(20.00\,\mathrm{s}, 30.00\,\mathrm{s})$ отклон је $d_3 = 0.20\,\mathrm{m}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$, чему одговара интензитет убрзања $a_3 = 0.40\,\mathrm{m/s^2}$ $\boxed{\textbf{1 п}}$. Интензитет брзине воза на овом интервалу је $v(t) = v(t_2) + a_3\,(t - t_2)$, где је $t_2 = 20.00\,\mathrm{s}$, а $v(t_2) = v(t_1) + a_2\,(t_2 - t_1) = 12\,\mathrm{m/s}$. Након $t = 30.00\,\mathrm{s}$ отклон куглице пада на нулу, па је и убрзање једнако нули. Брзина је, наравно, константна и њен интензитет износи $v(t) = v(t_3) = v(t_2) + a_3\,(t_3 - t_2) = 16\,\mathrm{m/s}$, где је $t_3 = 30.00\,\mathrm{s}$. На сликама 5 и 6 приказана је временска зависност интензитета убрзања и брзине воза. Сваки од три сегмента са слике 5 доноси по поен (укупно $\boxed{\textbf{3 п}}$), као и сваки од четири сегмента са слике 6 (укупно $\boxed{\textbf{4 п}}$).



Слика 4



Слика 5



Слика 6

Задатке припремио: Антун Балаж
Рецензент: др Сунчица Елезовић-Хаџић
Председник комисије: др Мићо Митровић